ALANYA ALAADDİN KEYKUBAT ÜNİVERSİTESİ

İKT 101 – MATEMATİK I

2. HAFTA | KOORDİNATLAR, DOĞRULAR, DENKLEMLER VE PİYASA DENGESİ

Ayrıntılı konu anlatımı • adım adım çözümlü örnekler • grafikler • iktisadi yorum • alıştırmalar

2026–2027 Güz Yarıyılı | Doç. Dr. Yakup ARI | İktisat Bölümü

Dersin izlencedeki yeri

2. hafta: Koordinatlar, doğru ve eğim; doğrusal / ikinci dereceden denklemler ve iki bilinmeyenli denklem sistemleri.

İktisadi odak: Doğrusal arz–talep denklemleri, denge fiyatı ve denge miktarı.

1. hafta bağlantısı: Sayı kümeleri, aralıklar, eşitlik–eşitsizlik dönüşümleri ve iktisadi değişkenlerin işaret kısıtları.

Bu dersin sonunda neler yapılabilecek?

- İktisadi değişkenleri koordinat düzleminde uygun eksenlere, ölçeklere ve birimlere yerleştirmek.
- Bir doğruyu iki nokta, eğim–kesişim veya bir nokta–eğim bilgisiyle belirlemek; eğimi birimiyle yorumlamak.
- Doğrusal ve basit ikinci dereceden denklemleri çözmek; köklerin varlığını ve ekonomik geçerliliğini denetlemek.
- İki bilinmeyenli sistemleri yerine koyma ve eleme ile çözmek; tek, sonsuz veya hiç çözüm durumlarını ayırt etmek.
- Arz ve talebi eşitleyerek denge fiyatı ve miktarını bulmak; sonuçları grafiksel olarak doğrulamak.
- Talep veya arz değiştiğinde yeni dengeyi hesaplayıp iktisadi olarak yorumlamak.

İçerik ve önerilen sınıf akışı

Süre	Sınıfta öncelikli içerik	Sınıf dışı derinleştirme
0–55 dk	Koordinatlar, eğim ve doğrular (Örnek 1–17 arasından seçim).	Genişletilmiş doğru ve ölçek çalışmaları.
55–110 dk	Denklem sistemleri ve parabole giriş (Örnek 18–36 arasından seçim).	İlave ikinci dereceden denklemler.
110–165 dk	Arz–talep dengesi ve yorum (Örnek 37–48 arasından seçim).	Piyasa müdahalesi / kayma çalışmaları.
165–180 dk	Hatalar, özet, 3 kısa çıkış sorusu.	Alıştırmalar ve cevap anahtarı.

Süreler 180 dakikalık örnek bir öğretim planıdır; 50'den fazla çalışmanın tamamının sınıfta çözülmesi beklenmez. Konu kapsamı dersteki öncelikli ve evde çalışılacak örneklerle birlikte tasarlanmıştır.

1. Koordinat düzlemi ve iktisadi değişkenler

İki değişken arasındaki ilişkiyi grafikte göstermek için yatay x ve dikey y eksenleri kullanılır. İktisatta miktar çoğunlukla Q ile, fiyat P ile gösterilir; arz–talep grafiklerinde Q yatay, P dikey eksendedir. İki değişken aynı koordinat çiftinde belirli bir sırayla yazılır: (Q, P).

$$A = (Q_0, P_0) \qquad \Delta Q = Q_2 - Q_1 \qquad \Delta P = P_2 - P_1$$

Eksen ölçeği grafiğin görünüşünü etkiler; ancak doğru matematiksel eğimi, eksenlerdeki sayıların gösterdiği artışların oranıdır. Başlangıç noktası orijindir: (0,0). Matematiksel olarak ikinci ve üçüncü bölgeler de bulunur; fiziksel miktar ve negatif olamayacak fiyat gibi ekonomik kısıtlarda birinci bölge kullanılabilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 01 | Koordinat çiftinin okunması [Temel]

Soru: Bir ürün için Q = 12 birim ve P = 45 TL/birim. Piyasa noktasını yazıp eksenleri belirtiniz.

1. Yatay eksen Q (birim), dikey eksen P (TL/birim) alınır.

2. Nokta (Q,P) = (12,45) biçiminde gösterilir.

3. Noktanın eksenlerin sağ-üst kısmında olması $Q \geq 0$ ve $P \geq 0$ ile uyumludur.

Yorum / kontrol: (45,12) noktası aynı şeyi söylemez; sırayı değiştirir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 02 | İki gözlemin farkları [Temel]

Soru: A = (3,18) ve B = (11,34) noktaları veriliyor. Miktar ve fiyat değişimlerini bulunuz.

1. $\Delta Q = 11 - 3 = 8$ birim.

2. $\Delta P = 34 - 18 = 16$ TL/birim.

3. $\Delta P/\Delta Q = 16/8 = 2$; yani iki gözlem arasında fiyat, miktardaki bir birimlik değişime karşılık ortalama 2 TL/birim değişir.

Yorum / kontrol: Eğim yorumu veri noktalarının sırasıyla hangi değişkeni yatay/dikey aldığımıza bağlıdır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 03 | Dört bölge ve iktisadi uygunluk [Temel]

Soru: A = (−2,5), B = (4,−3), C = (−1,−1), D = (6,8) noktalarını bölgelerine göre sınıflandırınız.

1. A: Q<0,P>0 → II. bölge.

2. B: Q>0,P<0 → IV. bölge.

3. C: Q<0,P<0 → III. bölge.

4. D: Q>0,P>0 → I. bölge.

Yorum / kontrol: Fiyat ve fiziksel miktar negatif olamaz varsayımında yalnızca D doğrudan uygundur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 04 | İki noktanın orta noktası [Temel]

Soru: A=(2,16), B=(8,28) iken orta nokta M nedir?

1. Q_M=(2+8)/2=5.

2. P_M=(16+28)/2=22.

3. M=(5,22).

Yorum / kontrol: Orta nokta iki koordinatın aritmetik ortalamasıdır; kendiliğinden piyasa dengesi değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 05 | İki noktanın uzaklığı [Orta]

Soru: A=(1,2), B=(4,6) için Kartezyen uzaklığı hesaplayınız.

1. $d = \sqrt{[(4-1)^2+(6-2)^2]}$.

2. $d = \sqrt{(9+16)}=\sqrt{25}=5$.

Yorum / kontrol: Değişkenlerin ölçü birimleri farklıysa geometrik uzaklığın iktisadi yorumu sınırlıdır; ölçeklendirme gerekebilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 06 | Dikdörtgensel ekonomik uygunluk kümesi [Temel]

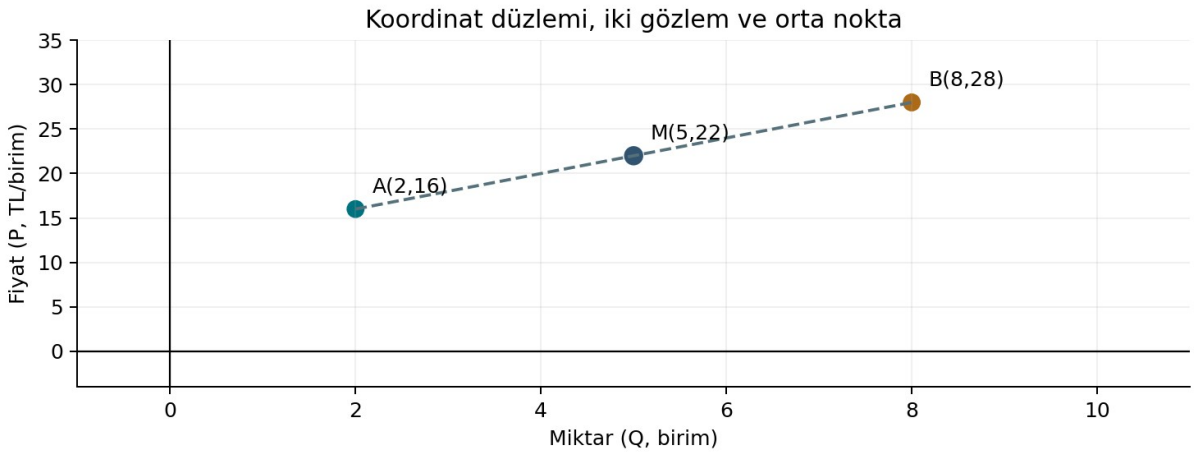
Soru: $0 \le Q \le 40$ ve $0 \le P \le 100$ koşullarını sağlayan noktalar nerede yer alır?

1. Q yatayda 0 ile 40 arasına kısıtlanır.

2. P dikeyde 0 ile 100 arasına kısıtlanır.

3. Geçerli bölge köşeleri (0,0),(40,0),(0,100),(40,100) olan, sınırları dâhil dikdörtgendir.

Yorum / kontrol: Bireysel kısıtlar tek tek değil, birlikte sağlanmalıdır.



Şekil 1. Eksen adları, birimler, iki gözlem ve orta nokta gösterimi (öğretim amaçlı temsili veri).

2. Doğrunun eğimi ve denklemi

Eğim, yatay değişkende bir birimlik artış karşısında dikey değişkenin ne kadar değiştiğini gösterir. İki farklı noktadan geçen ve dikey olmayan doğrunun eğimi sabittir. Eğim pozitifse doğru artan, negatifse azalandır; sıfırsa yataydır. Dikey doğruda $\Delta x = 0$ olduğundan eğim tanımsızdır.

$$m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) \quad (x_2 \neq x_1)$$

$$y = mx + b \qquad y - y_1 = m(x - x_1)$$

Yatayda Q, dikeyde P varsa eğim $m = \Delta P/\Delta Q$'dur. Ancak talep miktarını fiyatın fonksiyonu $Q = a - bP$ biçiminde yazarsak eğim $\Delta Q/\Delta P$ olur. Aynı ilişki farklı yönden çözüldüğü için katsayılar birbirinin tersidir; iki denklem aynı iktisadi ilişkiyi temsil edebilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 07 | İki noktadan eğim [Temel]

Soru: Doğru A=(1,8) ve B=(5,20) noktalarından geçiyor. Eğim nedir?

1. $m=(20-8)/(5-1)=12/4=3$.

2. Eğim pozitiftir, doğru artandır.

Yorum / kontrol: x bir birim arttığında y üç birim artar.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 08 | İki noktadan doğru denklemi [Orta]

Soru: Doğru (2,10) ve (6,22) noktalarından geçsin. $y=mx+b$ denklemini bulunuz.

1. $m=(22-10)/(6-2)=12/4=3$.

2. (2,10) yerine konur: $10=3\cdot2+b \rightarrow b=4$.

3. Sonuç $y=3x+4$.

4. Kontrol: $x=6$ iken $y=3\cdot6+4=22$.

Yorum / kontrol: İki noktayı sağlamayan bir denklem doğru değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 09 | Nokta–eğim formu ile ters talep [Orta]

Soru: Miktar $Q=5$ iken fiyat $P=70$ olsun; eğim -4. Ters talep doğrusunu bulunuz.

1. $P-70=-4(Q-5)$.

2. $P-70=-4Q+20$.

3. $P=90-4Q$.

4. Kontrol: $Q=5$ için $P=90-20=70$.

Yorum / kontrol: Negatif eğim, miktar ile fiyatın ters yönde değiştiğini gösterir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 10 | Eksen kesişimleri [Temel]

Soru: $P=120-3Q$ ters talep doğrusunun Q ve P ekseni kesişimlerini bulunuz.

1. $Q=0$ alınır: $P=120 \rightarrow (0,120)$ fiyat ekseni kesişimi.

2. $P=0$ alınır: $120-3Q=0 \rightarrow Q=40 \rightarrow (40,0)$ miktar ekseni kesişimi.

3. İki kesişim noktası işaretlenerek doğru çizilir.

Yorum / kontrol: $P\geq0$ ve $Q\geq0$ ise ilgili doğru parçası $0\leq Q\leq40$ aralığındadır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 11 | Talebi fiyatın fonksiyonundan ters talebe çevirme [Orta]

Soru: $Q^d=100-2P$ talep ilişkisini P'nin Q cinsinden yazınız.

1. $2P=100-Q$.

2. $P=50-Q/2$.

3. Eğim (dikey P / yatay Q için) $-1/2$'dir; Q bir birim artınca P, 0,5 TL/birim azalır.

Yorum / kontrol: $Q^d(P)$ ve $P(Q)$ aynı talep ilişkisini farklı biçimde gösterir; 2 ile 1/2 karıştırılmamalıdır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 12 | Paralel doğru [Orta]

Soru: $y=4x-8$ doğrusuna paralel ve (3,5) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

1. Paralel doğruların eğimleri aynıdır: $m=4$.

2. $y=4x+b$'ye (3,5) yazılır: $5=12+b \rightarrow b=-7$.

3. Yeni doğru $y=4x-7$.

Yorum / kontrol: Paralellik katsayısı eşittir; sabit terim farklı olabilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 13 | Dik doğru [İleri]

Soru: $y=2x+5$ doğrusuna dik ve (4,1) noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

1. Verilen eğim $m_1=2$. Dik doğrunun eğimi $m_2=-1/2$ ($m_1 m_2=-1$).

2. $y=-(1/2)x+b$ içine (4,1) koy: $1=-2+b \rightarrow b=3$.

3. Doğru $y=-x/2+3$.

Yorum / kontrol: Dik doğruluk sonucu yalnızca tanımlı ve sıfır olmayan eğimli doğrular için bu biçimde uygulanır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 14 | Yatay ve dikey doğru [Temel]

Soru: $P=25$ ve $Q=12$ ifadelerini (Q,P) düzleminde yorumlayınız.

1. $P=25$, tüm Q değerleri için aynı fiyatı veren yatay doğrudur ($m=0$).

2. $Q=12$, tüm P değerleri için miktarı sabit tutan dikey doğrudur (eğim tanımsız).

Yorum / kontrol: Yatay/dikey doğruların eğimlerini karıştırmayınız.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 15 | Doğrusal maliyette eğim ve sabit terim [Temel]

Soru: $C(q)=240+18q$ toplam maliyet fonksiyonunda katsayıları yorumlayınız.

1. $q=0$ için $C(0)=240$ TL: sabit maliyet.

2. Her ek birimde toplam maliyet 18 TL artar: $\Delta C/\Delta q=18$ TL/birim.

3. $q=20$ için $C(20)=240+360=600$ TL.

Yorum / kontrol: Dersin bu haftasında marjinal kavramı türevle değil, doğrunun sabit artış katsayısıyla ön bilgi olarak ilişkilendirilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 16 | Satış gelirinin doğrusallığı [Temel]

Soru: Fiyatı birim başına 35 TL olan ürün için satılan miktar q ise toplam gelir doğrusu nedir?

1. Toplam gelir = fiyat × miktar.

2. $R(q)=35q$ (TL), $q \geq 0$.

3. $q=0$ iken $R=0$, eğim 35 TL/birimdir.

Yorum / kontrol: Fiyat sabitse gelir doğrusaldır; fiyat miktara bağlı olursa gelir her zaman doğrusal değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 17 | İki gözlemden ters talep [Orta]

Soru: (Q,P)=(10,60) ve (20,45) için doğrusal ters talep tahmini oluşturunuz.

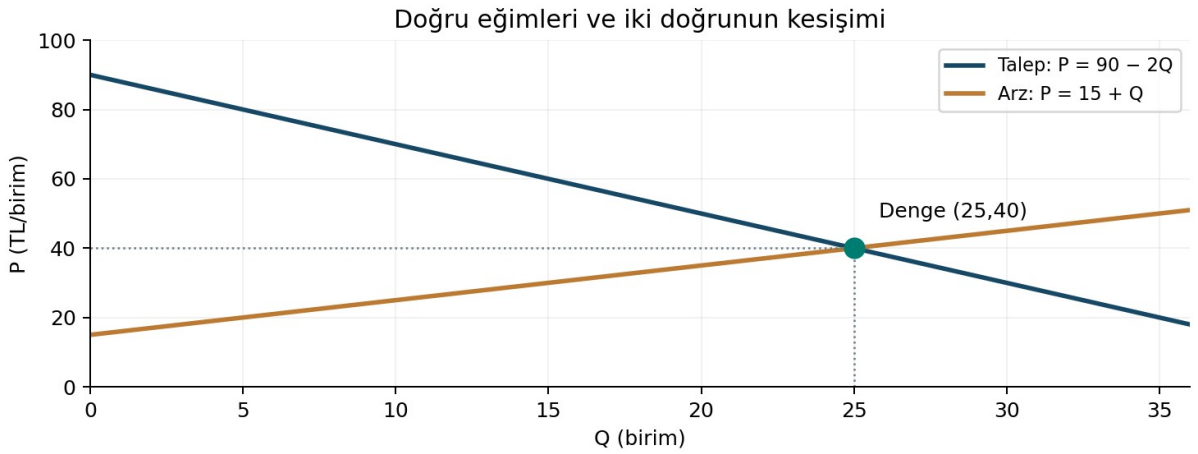
1. m=(45−60)/(20−10)=−15/10=−1,5.

2. P=−1,5Q+b; Q=10,P=60 → 60=−15+b → b=75.

3. P=75−1,5Q.

4. Q=20 için P=45 ile kontrol edilir.

Yorum / kontrol: Bu iki noktayı bir doğruyla birleştiren bir modeldir; tüm piyasada talebin doğrusal olduğu kanıtlanmış olmaz.



Şekil 2. Doğrusal arz ve ters talep eğimlerini karşılaştıran farklı bir örnek: iki doğru (Q,P)=(25,40) noktasında kesişir.

Eğim – birim – grafiğin yönü

P(Q) grafiğinde eğimin birimi (TL/birim)/birim = TL/birim² olabilir; fiyatın birimi TL/birim, Q'nun birimi fiziksel birimdir.

Q(P) grafiğinde eğimin birimi ters yöndedir. Matematiksel olarak cebirsel katsayıları doğru elde etmek kadar, hangi değişkenin hangi eksende olduğuna dikkat etmek önemlidir.

3. Doğrusal denklemler ve iki bilinmeyenli sistemler

Bir bilinmeyenli doğrusal denklem ax+b=0 (a≠0) biçiminde düzenlenebilir. İki bilinmeyenli denklem ax+by=c ise düzlemde bir doğruyu gösterir. İki denklem birlikte verildiğinde, her iki doğru üzerinde yer alan ortak noktayı ararız. Yerine koyma ve eleme yöntemleri, bu haftanın esas çözüm araçlarıdır; matris yöntemi izlencede 6. haftaya ayrılmıştır.

$$a_1x + b_1y = c_1 \qquad a_2x + b_2y = c_2$$

Durum	Grafik yorumu	Çözüm
İki doğru tek noktada kesişir	Eğimler farklıdır.	Tek sıralı ikili (x,y).
Doğrular çakışıktır	Denklemler birbirinin katıdır.	Sonsuz çok çözüm.
Doğrular paralel ve ayrıdır	Eğimler eşit, kesişimler farklıdır.	Çözüm yok.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 18 | Tek bilinmeyenli doğrusal denklem [Temel]

Soru: $3x+8=2x+15$ denklemini çözünüz.

1. x içeren terimler aynı tarafa alınır: $3x-2x=15-8$.

2. $x=7$ bulunur.

3. Kontrol: $3\cdot7+8=29$; $2\cdot7+15=29$.

Yorum / kontrol: Her iki tarafa aynı sayıyı ekleme/çıkarma eşdeğerliği korur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 19 | Yerine koyma: iki bilinmeyenli sistem [Temel]

Soru: $x+y=30$ ve $2x+y=46$ sistemini çözünüz.

1. İkinci denklemden birincisini çıkarın: $(2x+y)-(x+y)=46-30$.

2. $x=16$ bulunur.

3. $x+y=30$ içine koyun: $y=14$.

4. Kontrol: $2\cdot16+14=46$.

Yorum / kontrol: İktisadi yorumda x,y miktarsa $x,y\geq0$ da denetlenir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 20 | Eliminasyon: katsayılar farklı [Orta]

Soru: $3x+2y=26$ ve $x-y=2$ sistemini çözünüz.

1. İkinci denklem $y=x-2$ biçiminde yazılır.

2. Birinci denklemde yerine koyulur: $3x+2(x-2)=26$.

3. $5x-4=26 \rightarrow x=6$; $y=6-2=4$.

4. Kontrol: $3\cdot6+2\cdot4=26$; $6-4=2$.

Yorum / kontrol: Yerine koyma ve eleme aynı çözümü verir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 21 | Kesirli katsayıyla sistem [Orta]

Soru: $x/2+y=9$ ve $x-y=3$ denklemlerini çözünüz.

1. İkinci denklem $y=x-3$ verir.

2. $x/2+x-3=9 \rightarrow (3/2)x=12$.

3. $x=8$, $y=5$.

4. Kontrol: $8/2+5=9$; $8-5=3$.

Yorum / kontrol: Kesirli katsayıdan kaçınmak için ilk denklem 2 ile çarpılabilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 22 | İki denklemin aynı doğru olması [Orta]

Soru: $2x+y=12$ ve $4x+2y=24$ için çözümü tartışınız.

1. İlk denklem iki ile çarpıldığında ikinci elde edilir.

2. Bağımsız ikinci koşul yoktur; tek çözüm bulunmaz.

3. Genel çözüm $y=12-2x$ biçimindedir.

Yorum / kontrol: Miktar $x,y\geq0$ kabul edilirse $x\in[0,6]$ olur; yine sonsuz sayıda uygun nokta vardır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 23 | Tutarsız denklem sistemi [Orta]

Soru: $2x+y=12$ ve $4x+2y=25$ için çözüm var mıdır?

1. İlk denklem iki ile çarpılır: $4x+2y=24$.

2. İkinci denklem $4x+2y=25$ koşulunu verir.

3. Aynı sol taraf hem 24 hem 25 olamaz: çözüm yoktur.

Yorum / kontrol: Grafikte doğrular paraleldir, çakışmaz.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 24 | Bütçe ile tercih oranının birlikte çözümü [Orta]

Soru: $5x+10y=100$ TL bütçe; $x=2y$ koşulu için x,y bulunuz.

1. $x=2y$ yerine konur: $5(2y)+10y=100$.

2. $20y=100 \rightarrow y=5$, $x=10$.

3. Kontrol: $5\cdot10+10\cdot5=100$.

Yorum / kontrol: Bu ikili, bütçe doğrusunda ve tercih oranı koşulunda ortak bir noktadır; optimum iddiası değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 25 | İktisadi denklemleri eşitleyerek sistem çözme [Orta]

Soru: $Q^d=120-4P$ ve $Q^s=12+2P$ için ortak fiyat ve miktarı bulunuz.

1. Dengede $Q^d=Q^s$: $120-4P=12+2P$.

2. $108=6P \rightarrow P^*=18$ TL/birim.

3. $Q^*=120-4\cdot18=48$ birim.

4. Arz kontrolü: $12+2\cdot18=48$.

Yorum / kontrol: Her iki miktarın eşit olması dengenin cebirsel kontrolüdür.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 26 | İki doğrusal denklemden karışım miktarları [Orta]

Soru: $2x+3y=24$ ve $x+y=9$ sistemini çözünüz.

1. $x=9-y$ biçiminde yazınız.

2. $2(9-y)+3y=24 \rightarrow 18+y=24 \rightarrow y=6$.

3. $x=9-6=3$.

4. Kontrol: $2\cdot3+3\cdot6=24$.

Yorum / kontrol: Hesaplanan çözüm her iki kısıtı sağlamalıdır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 27 | Ücret ve çalışma saati sistemi [Orta]

Soru: İki iş için toplam çalışma saati $x+y=20$; saatlik ücretler 200 ve 300 TL, toplam kazanç 5.000 TL. Saatleri bulunuz.

1. $200x+300y=5000$ denklemini 100'e bölün: $2x+3y=50$.

2. $x=20-y$ yerine yaz: $40-2y+3y=50 \rightarrow y=10$.

3. $x=10$.

4. Kontrol: $200\cdot10+300\cdot10=5000$.

Yorum / kontrol: Ücretler TL/saat, x,y saattir; toplam gelir TL çıkar.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 28 | İki denklemden piyasa parametresi [İleri]

Soru: $Q^d=a-2P$ doğrusal talebinden $P=10$ iken $Q=50$, $P=20$ iken $Q=30$ gözleniyor. a parametresini bulunuz.

1. İlk gözlem için $50=a-2\cdot10 \rightarrow a=70$.

2. İkinci için $30=a-2\cdot20 \rightarrow a=70$.

3. Dolayısıyla $Q^d=70-2P$; iki gözlem aynı parametreyi doğrular.

Yorum / kontrol: Veriler farklı a verseydi sabit katsayılı bu model her iki gözlemi tam karşılamazdı.

4. İkinci dereceden denklemler ve parabol

$ax^2+bx+c=0$ biçimindeki denklemde $a\neq0$'dır. Çarpanlara ayırma yapılabiliyorsa en kısa yoldur. Genel durumda diskriminant $D=b^2-4ac$ hesaplanır. $D>0$: iki farklı reel kök; $D=0$: çakışık reel kök; $D<0$: reel kök yoktur. $y=ax^2+bx+c$'nin grafiği paraboldür. $a<0$ ise aşağı, $a>0$ ise yukarı açılır.

$$D = b^2 - 4ac \qquad x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D})/(2a)$$

Parabolün simetri ekseni: $x = -b/(2a)$

Simetri ekseni ve tepe noktasının grafik yorumu burada tanıtılır. Fonksiyonların kapsamlı grafikleri 4. haftada, türevle maksimum–minimum incelemesi 13–14. haftalarda işlenecektir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 29 | Çarpanlara ayırma ile iki kök [Temel]

Soru: $x^2-5x+6=0$ denklemini çözünüz.

1. $(x-2)(x-3)=0$ biçiminde ayırınız.

2. $x-2=0$ veya $x-3=0$.

3. $x=2$ veya $x=3$.

Yorum / kontrol: Kökleri yerine koyarak iki çözümü kontrol ediniz.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 30 | Baş katsayı 1 değilken kök bulma [Orta]

Soru: $2x^2-7x+3=0$ denklemini çözünüz.

1. $(2x-1)(x-3)=0$.

2. $2x-1=0 \rightarrow x=1/2$; $x-3=0 \rightarrow x=3$.

3. Kontrol: $x=3$ için $18-21+3=0$.

Yorum / kontrol: Böylece 2. derece denklem iki farklı reel köke sahip olur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 31 | Negatif diskriminant [Temel]

Soru: $x^2+4x+7=0$ denkleminin reel kökü var mıdır?

1. $a=1, b=4, c=7$.

2. $D=4^2-4\cdot1\cdot7=16-28=-12$.

3. $D<0$ olduğundan reel kök yoktur.

Yorum / kontrol: Grafik x eksenini kesmez; gerçek üretim / fiyat gibi reel değişkenlerle bu eşitlik sağlanamaz.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 32 | Çift katlı kök [Orta]

Soru: $x^2-6x+9=0$ denklemini çözünüz.

1. $(x-3)^2=0$.

2. $x=3$ çift katlı köktür.

3. Diskriminant da $D=(-6)^2-4\cdot1\cdot9=0$ verir.

Yorum / kontrol: Parabol x eksenine $x=3$ noktasında teğettir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 33 | Kareye tamamlama ve tepe noktası [Orta]

Soru: $y=x^2-8x+12$ parabolünün tepe noktasını ve köklerini bulunuz.

1. $y=x^2-8x+16-4=(x-4)^2-4$.

2. Tepe noktası $(4,-4)$; parabol yukarı açılır.

3. $x^2-8x+12=(x-2)(x-6)=0 \rightarrow$ kökler 2 ve 6.

Yorum / kontrol: Tepe, grafiğin en düşük noktasıdır; bunu türev kullanmadan kareye tamamlama ile bulduk.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 34 | İkinci dereceden gelir–maliyet başabaşı [İleri]

Soru: $R(q)=80q-2q^2$, $C(q)=20q+400$ iken başabaş üretim miktarlarını bulunuz.

1. Başabaş $R(q)=C(q)$: $80q-2q^2=20q+400$.

2. $-2q^2+60q-400=0 \rightarrow$ iki tarafı -2'ye böl: $q^2-30q+200=0$.

3. $(q-10)(q-20)=0 \rightarrow q=10$ ve $q=20$.

4. Her iki kök için $q\geq0$ sağlanır.

Yorum / kontrol: İki ayrı başabaş noktası olabilir; kâr, $q=10$ ve $q=20$'de sıfırdır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 35 | Negatif kökün ekonomik elenmesi [Orta]

Soru: $3Q^2+2Q+1=57$ denkleminde miktar $Q\geq 0$ ise uygun Q'yu bulunuz.

1. $3Q^2+2Q-56=0$.

2. $(3Q+14)(Q-4)=0$.

3. $Q=4$ veya $Q=-14/3$.

4. $Q\geq 0$ olduğundan $Q^*=4$ birimdir.

Yorum / kontrol: Matematiksel olarak doğru negatif kök, fiziksel miktar için uygun olmayabilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 36 | Kârın işaret aralığı [Orta]

Soru: $R(q)=50q$ ve $C(q)=q^2+10q+300$ olsun. Kârın pozitif olduğu üretim aralığını bulunuz.

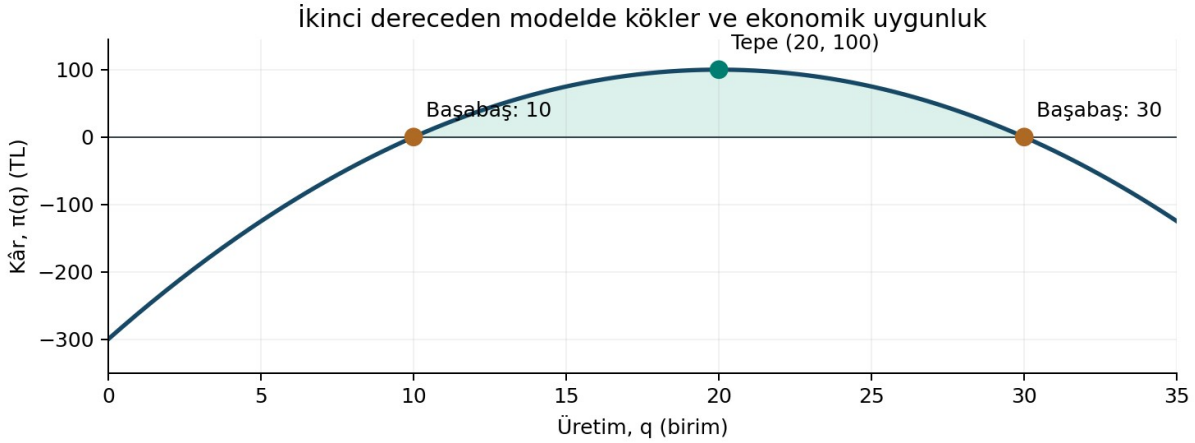
1. $\pi(q)=R-C=-q^2+40q-300$.

2. $\pi(q)=-(q-10)(q-30)$ biçimindedir.

3. $\pi(q)>0$ olması için $(q-10)(q-30)<0$ gerekir.

4. $10<q<30$; sınırda $\pi(q)=0$'dır.

Yorum / kontrol: Başabaş $q=10$ ve $q=30$, aradaki üretimler pozitif kâr verir; $q\geq 0$ da sağlanır.



Şekil 3. İkinci dereceden kâr fonksiyonu için iki başabaş miktarı; tepe noktası, ileride işlenecek optimizasyona hazırlıktır.

5. Arz–talep modelinde piyasa dengesi

Bir piyasada talep edilen miktar $Q^d(P)$ ve arz edilen miktar $Q^s(P)$, aynı fiyat P'ye bağlıysa rekabetçi piyasa dengesi $Q^d(P^*)=Q^s(P^*)$ eşitliği ile kurulur. Miktar yatay, fiyat dikey eksende gösterilecekse ters talep $P^d(Q)$ ve ters arz $P^s(Q)$ fonksiyonları kullanılabilir. Her iki sunumda elde edilen (Q^*,P^*) aynı olmalıdır.

$$Q^d(P^*) = Q^s(P^*) = Q^* \qquad \text{veya} \qquad P^d(Q^*) = P^s(Q^*) = P^*$$

Çözüm sırası: (i) değişkeni ve birimini belirle, (ii) arz ve talebi eşitle, (iii) fiyat veya miktarı bul, (iv) diğerini yerine koy, (v) her iki denklemde ve $P^*,Q^*\geq 0$ koşullarında kontrol et, (vi) grafikte kesişimi göster.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 37 | Ters fonksiyonlarla klasik piyasa dengesi [Temel]

Soru: $P^d=100-2Q$ ve $P^s=10+Q$ olsun. Denge fiyatı ve miktarı nedir?

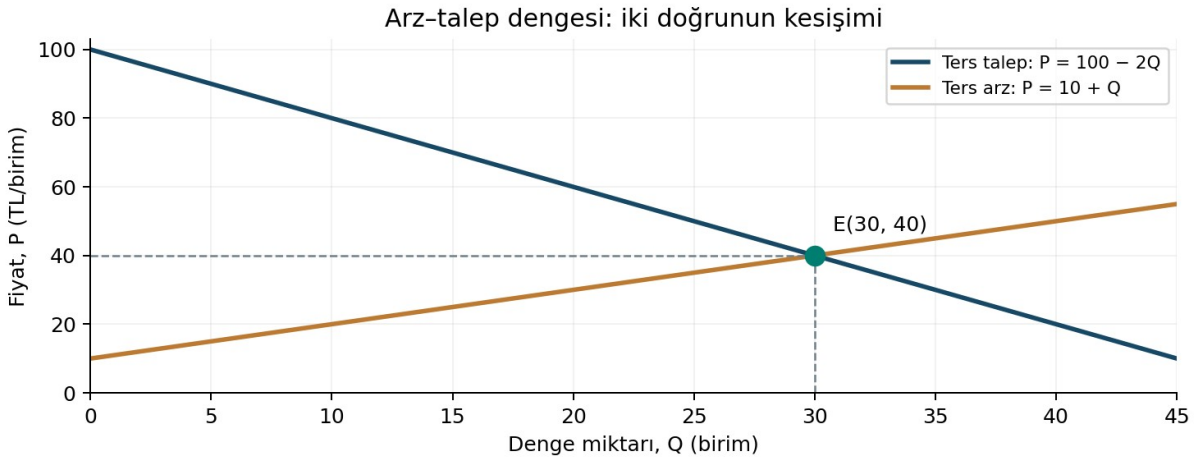
1. Dengede $100-2Q=10+Q$.

2. $90=3Q \rightarrow Q^*=30$ birim.

3. $P^*=10+30=40$ TL/birim.

4. Talep kontrolü: $100-2\cdot30=40$.

Yorum / kontrol: Denge $E=(Q^*,P^*)=(30,40)$ olarak grafikte gösterilir.



Şekil 4. Çözümlü Örnek 37'nin doğrusal arz–talep grafiği; dengenin geometrik anlamı kesişimdir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 38 | Miktar fonksiyonlarıyla denge [Temel]

Soru: $Q^d=100-2P$ ve $Q^s=-20+P$ olsun. Dengeyi bulunuz.

1. $100-2P=-20+P$.

2. $120=3P \rightarrow P^*=40$ TL/birim.

3. $Q^*=100-2\cdot40=20$ birim.

4. Arz kontrolü: $-20+40=20$.

Yorum / kontrol: $Q^s=-20+P$ denklemi düşük fiyatlarda negatif miktar verebilir; ekonomik bölgede $P\geq20$ koşulu dikkate alınır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 39 | Piyasa dengesinde fazla talep [Orta]

Soru: Örnek 37'de fiyat $P=25$ olduğunda talep ve arz edilen miktarları karşılaştırınız.

1. Talep denklemi $P=100-2Q \rightarrow Q^d=(100-P)/2$.

2. $P=25$ için $Q^d=75/2=37,5$ birim.

3. Arz denklemi $P=10+Q \rightarrow Q^s=P-10=15$ birim.

4. Fazla talep $=37,5-15=22,5$ birim.

Yorum / kontrol: Fiyat denge fiyatı 40'ın altında olduğundan kıtlık/fazla talep ortaya çıkar.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 40 | Piyasa dengesinde fazla arz [Orta]

Soru: Örnek 37'de P=50 olduğunda fazla arz miktarını bulunuz.

1. $Q^d=(100-50)/2=25$ birim.

2. $Q^s=50-10=40$ birim.

3. Fazla arz=40−25=15 birim.

Yorum / kontrol: Fiyat denge fiyatının üstündeyse bu modelde arz fazlası ortaya çıkar.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 41 | Talebin sağa kayması: yeni denge [Orta]

Soru: Başlangıçta $P^d=100-2Q$, $P^s=10+Q$ iken talep $P^d=130-2Q$ oluyor. Yeni denge nedir?

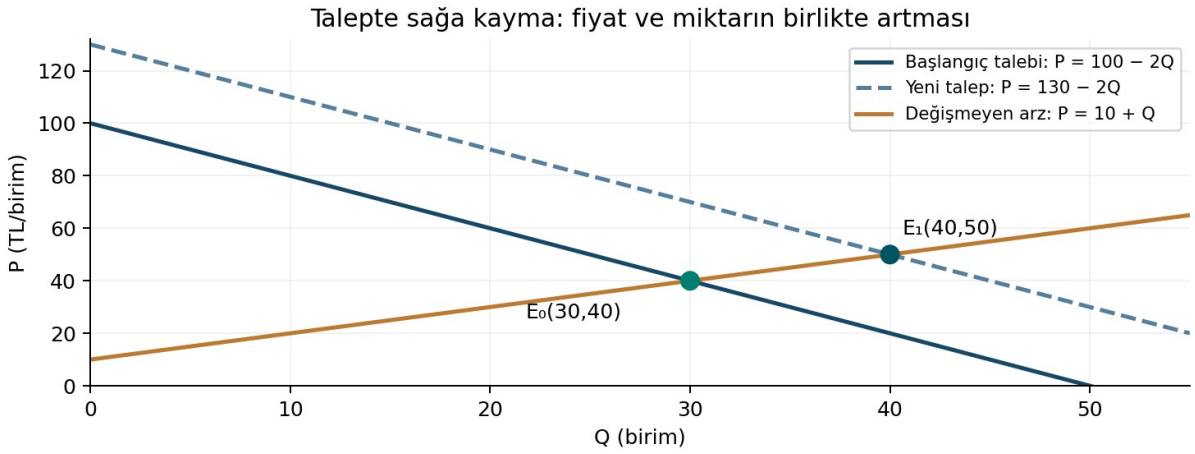
1. İlk denge: $Q_0=30, P_0=40$ (Örnek 37).

2. Yeni denge: $130-2Q=10+Q \rightarrow Q_1=40$.

3. $P_1=10+40=50$.

4. Değişimler: $\Delta Q=10$ birim; $\Delta P=10$ TL/birim.

Yorum / kontrol: Talep artarken arz sabitse denge fiyatı ve miktarı birlikte artar.



Şekil 5. Çözümlü Örnek 41 için talep eğrisinin sağa kayması ve yeni denge.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 42 | Arzda maliyet artışı: yeni denge [Orta]

Soru: Talep $P^d=100-2Q$ ve arz $P^s=10+Q$ iken arz denklemi $P^s=25+Q$ oluyor. Yeni dengeyi bulunuz.

1. Başlangıç $E_0=(30,40)$.

2. Yeni dengede $100-2Q=25+Q \rightarrow 75=3Q \rightarrow Q_1=25$.

3. $P_1=25+25=50$.

Yorum / kontrol: Arz eğrisinin yukarı kayması, denge fiyatını artırıp denge miktarını azaltır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 43 | Fiyat tavanı ve kıtlık [Orta]

Soru: Örnek 37 piyasasında fiyat tavanı $\bar{P}=30$ TL/birim ve bağlayıcı olarak uygulanırsa kıtlık kaç birimdir?

1. Serbest denge fiyatı 40 TL/birim; tavan $30 < 40$ olduğu için bağlayıcıdır.

2. $P=30$ iken $Q^d=(100-30)/2=35$.

3. $Q^s=30-10=20$.

4. Kıtlık$=Q^d-Q^s=15$ birim.

Yorum / kontrol: Fiilen satılan miktar başka düzenlemeler yoksa en fazla arz edilen 20 birim olabilir; talep edilen 35 birimin tümü karşılanamaz.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 44 | Fiyat tabanı ve arz fazlası [Orta]

Soru: Örnek 37 piyasasında $\underline{P}=50$ TL/birim bağlayıcı fiyat tabanı olsun. Arz fazlası kaç birimdir?

1. Serbest denge 40; taban $50>40$ olduğundan bağlayıcıdır.

2. $Q^d=(100-50)/2=25$.

3. $Q^s=50-10=40$.

4. Arz fazlası$=40-25=15$.

Yorum / kontrol: Satılmayan üretim olabileceği için arz edilen ile gerçekleşen işlem miktarı aynı değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 45 | Negatif fiyatlı cebirsel kesişimin elenmesi [İleri]

Soru: $Q^d=20-4P$ ve $Q^s=30+P$ iken $P\geq 0$ koşulunda denge var mıdır?

1. Cebirsel eşitleme: $20-4P=30+P$.

2. $-5P=10 \rightarrow P^*=-2$.

3. $Q^*=20-4(-2)=28$.

4. Ancak $P^*<0$ koşulu ihlal eder.

Yorum / kontrol: Bu doğrusal uzantıların kesişimi negatif fiyattadır; $P\geq 0$ ile sınırlı piyasada uygulanabilir iç denge yoktur.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 46 | Tüketici ve satıcı fiyatları: birim vergi (ek) [İleri / isteğe bağlı]

Soru: $P^d=100-2Q$, $P^s=10+Q$ olsun. Satılan birim başına 6 TL vergi nedeniyle $P_{tüketici}=P_{satıcı}+6$. Yeni dengeyi bulunuz.

1. $P_t=100-2Q$, $P_s=10+Q$ ve $P_t-P_s=6$.

2. $100-2Q=10+Q+6 \rightarrow 84=3Q \rightarrow Q_1=28$.

3. $P_s=10+28=38$ ve $P_t=38+6=44$.

4. Vergisiz denge $Q_0=30$, $P_0=40$ idi.

Yorum / kontrol: Vergi kamasına giriş amaçlı genişletme örneğidir; refah analizine geçilmez.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 47 | İki miktar denklemiyle denge ve birimler [Orta]

Soru: $Q^d=140-2P$ ve $Q^s=20+P$, P TL/birim ve Q adet. Dengeyi hesaplayınız.

1. $140-2P=20+P \rightarrow 120=3P$.

2. $P^*=40$ TL/birim.

3. $Q^*=140-2\cdot40=60$ adet; arz:$20+40=60$ adet.

Yorum / kontrol: Fiyat ile miktarın yer değiştirmesi fiziksel birim bakımından da yanlıştır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 48 | Ters arz-talepte farklı eğimler [Temel]

Soru: $P^d=72-2Q$ ve $P^s=12+Q$. Dengeyi bulunuz.

1. $72-2Q=12+Q$.

2. $60=3Q \rightarrow Q^*=20$.

3. $P^*=12+20=32$.

4. Talep kontrolü: $72-40=32$.

Yorum / kontrol: Farklı sayısal örneklerde aynı çözüm adımları kullanılır.

6. En sık yapılan hatalar ve kontrol listesi

Sık hata	Neden sorun? / doğru yaklaşım
(P,Q) ile (Q,P) karışması	Grafikte genellikle Q yatay, P dikeydir; E=(Q*,P*) yaz.
$Q^d=100-2P$'nin eğimine -2 deyip P(Q) ekseninde çizmek	Ters talebe çevir: $P=50-Q/2$, eğim $\Delta P/\Delta Q=-1/2$.
İki doğruda aynı P ve Q çıkmasını kontrol etmemek	Hesaplanan dengeyi hem arz hem talepte denetle.
Eşitliğin tek denklemini çözünce sistemi bitmiş saymak	İkinci bilinmeyeni de bul, iki orijinal denkleme yerleştir.
Negatif kökü sorgusuz ekonomik sonuç kabul etmek	Ekonomik bölgeyi önceden tanımla: $Q\geq0$, $P\geq0$, varsa kapasite vb.
İkinci derece denklemin tek kökünü rastgele seçmek	Diskriminantı kontrol et; tüm kökleri bul, ekonomik koşulda ele.
Fiyat tavanını bağlayıcılık kontrolü yapmadan yorumlamak	Tavan $\bar{P}<P^*$ ise; taban $\underline{P}>P^*$ ise bağlayıcıdır (standart modelde).

Altı adımlı sonuç kontrolü

1. (Q,P) eksen sırası doğru mu? 2. Denklem katsayıları ve birimler doğru mu? 3. Kök veya sistem çözümü yerine konunca eşitlik sağlanıyor mu?

4. Arz = talep mi? 5. $P,Q\geq0$ ve diğer kısıtlar sağlanıyor mu? 6. Bulunan sonucun büyüklüğü ve yönü ekonomik olarak makul mü?

7. Sınıf içinde birlikte çözülecek bütünleştirici uygulamalar

Aşağıdaki çalışmalar, çeşitli bölümlerde öğrenilen cebirsel adımları aynı problemde birleştirir. Öğrencilerin önce kendi çözümünü üretmesi, ardından ayrıntılı çözümü incelemesi önerilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 49 | Bir piyasayı sıfırdan modelleme [Orta]

Soru: Talep doğrusu (Q,P)=(10,80) ve (30,40) noktalarından, arz doğrusu ise (10,20) ve (30,40) noktalarından geçiyor. Dengeyi bulunuz.

1. Talep eğimi $(40-80)/(30-10)=-2 \rightarrow P^d=-2Q+b$; Q=10,P=80 → b=100.

2. Arz eğimi $(40-20)/(30-10)=1 \rightarrow P^s=Q+b$; Q=10,P=20 → b=10.

3. Denge: $100-2Q=10+Q \rightarrow Q^*=30$, $P^*=40$.

4. Her iki doğru başlangıçta verilen (30,40) noktasından da geçer.

Yorum / kontrol: Ham gözlem noktalarından denge bulunması, denklem oluşturma ile sistem çözümünü birleştirir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 50 | Fiyat, gelir ve maliyetin birlikte kontrolü [İleri]

Soru: Ters talep P=50−Q; toplam maliyet C(Q)=100+10Q. Q=15 iken gelir ve kâr kaç TL'dir? Bu miktar piyasa dengesi midir?

1. Q=15 için fiyat P=50−15=35 TL/birim.

2. Gelir $R=P\cdot Q=35\cdot 15=525$ TL.

3. Maliyet $C(15)=100+10\cdot 15=250$ TL.

4. Kâr $\pi=525-250=275$ TL.

5. Arz fonksiyonu verilmediğinden Q=15 için piyasa dengesi belirlenemez.

Yorum / kontrol: Bir noktadaki kârı hesaplamak, o noktanın kârı maksimum yaptığı veya piyasa dengesi olduğu anlamına gelmez.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 51 | Parametre değiştirme ve denge karşılaştırması [İleri]

Soru: $Q^d=120-2P$, $Q^s=-30+3P$ başlangıç piyasasında talebin sabit terimi 150'ye çıkarsa denge nasıl değişir?

1. İlk denge: $120-2P=-30+3P \rightarrow 150=5P \rightarrow P_0=30$; $Q_0=60$.

2. Yeni denge: $150-2P=-30+3P \rightarrow 180=5P \rightarrow P_1=36$; $Q_1=78$.

3. $\Delta P=6$ TL/birim, $\Delta Q=18$ birim.

Yorum / kontrol: Talep artışı aynı arz karşısında fiyat ve miktarın artmasıyla tutarlıdır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 52 | İkinci dereceden denklem ve ekonomik anlam [İleri]

Soru: Bir işletmenin gelir fonksiyonu R(q)=60q, maliyeti $C(q)=q^2+10q+400$ olsun. Başabaş miktarlarını ve kârın pozitif olduğu aralığı bulunuz.

1. $\pi(q)=R-C=-q^2+50q-400$.

2. Başabaş: $q^2-50q+400=0 \rightarrow (q-10)(q-40)=0$.

3. Başabaşlar q=10 ve q=40 birim.

4. $\pi(q)>0$ için $-(q-10)(q-40)>0 \rightarrow 10<q<40$.

Yorum / kontrol: İki kök arasındaki kâr pozitiftir; köklerde kâr sıfırdır. Bu sonuç piyasa arz–talep dengesiyle aynı kavram değildir.

8. Öğrenciler için kendi kendine değerlendirme

Aşağıdaki soruları önce çözüm anahtarına bakmadan çözünüz. Sorular temel, orta ve orta-üst güçlük düzeylerine ayrılmıştır. Sonuç yanında kullanılan denklem ve ekonomik yorum da yazılmalıdır.

1. [T] $(Q,P)=(9,36)$ noktasında yatay ve dikey değişkenleri birimleriyle belirtiniz.
2. [T] $A=(1,7)$, $B=(5,23)$ için ΔQ, ΔP ve eğimi bulunuz.
3. [T] $P=84-4Q$ doğrusu için iki eksen kesişimini bulunuz.
4. [T] $(Q,P)=(2,18)$ ve $(6,10)$ gözlemlerinden doğru denklemi yazınız.
5. [O] $P=-3Q+72$ doğrusuna paralel, $(4,50)$ noktasından geçen doğruyu bulunuz.
6. [O] $y=-2x+7$ doğrusuna dik, $(2,1)$ noktasından geçen doğrunun denklemini yazınız.
7. [T] $Q^d=90-3P$ ifadesini $P(Q)$ biçimine getiriniz.
8. [T] $C(q)=500+16q$; $q=25$ iken maliyet ve doğrunun eğimini yazınız.
9. [T] $4x-7=2x+9$ denklemini çözünüz.
10. [T] $x+y=26$ ve $x-y=4$ sistemini çözünüz.
11. [O] $2x+3y=22$ ve $x-y=1$ sistemini çözünüz.
12. [O] $x+y=10$ ve $3x+3y=31$ sistemini çözüm sayısına göre değerlendirin.
13. [O] $3x+2y=18$ ve $6x+4y=36$ sisteminin çözüm sayısını ve bir çözümünü yazınız.
14. [T] $x^2-7x+10=0$ denklemini çözünüz.
15. [O] $2x^2+3x-2=0$ denklemini çözünüz.
16. [O] $x^2+2x+5=0$ denkleminin reel çözüm sayısını belirtiniz.
17. [O] $y=x^2-10x+21$ parabolünün tepe noktasını ve x kesişimlerini bulunuz.
18. [T] $P^d=90-Q$, $P^s=15+2Q$ için denge miktarı ve fiyatını hesaplayınız.
19. [O] $Q^d=130-5P$, $Q^s=10+P$ için dengeyi ve her iki denklemle kontrolünü yapınız.
20. [O] 18. sorudaki piyasada $P=30$ olursa fazla talep / arz miktarı nedir?
21. [İ] 18. sorudaki piyasada ters talep $P^d=105-Q$ biçimine kayarsa yeni denge nedir?
22. [İ] $P^d=60-2Q$, $P^s=12+Q$ piyasasında bağlayıcı tavan fiyat $P=20$ için kıtlık miktarı bulunuz.
23. [İ] $R(q)=70q$ ve $C(q)=q^2+20q+400$ için başabaş noktalarını ve pozitif kâr aralığını bulunuz.
24. [İ] $Q^d=10-P$ ve $Q^s=20+2P$ için cebirsel kesişimi bulunuz; $P\geq 0$ açısından yorumlayınız.

9. Alıştırmaların cevap anahtarı ve kısa çözümleri

No	Yanıt / temel adımlar
1	Q yatayda 9 birim, P dikeyde 36 TL/birim.
2	$\Delta Q=4$; $\Delta P=16$; $m=4$.
3	P ekseni $(0,84)$; Q ekseni $(21,0)$.
4	$m=(10-18)/(6-2)=-2$; $P=22-2Q$.
5	$P=-3Q+62$; çünkü $50=-12+b \rightarrow b=62$.
6	$m=+1/2$; $y=x/2$ $(1=1+b \rightarrow b=0)$.
7	$P=30-Q/3$.

8	C(25)=500+400=900 TL; eğim 16 TL/birim.
9	x=8.
10	x=15; y=11.
11	x=5; y=4 (x−y=1, 2x+3y=22).
12	Çözüm yok: ilk denklem 3 ile çarpılınca 3x+3y=30, diğeri 31.
13	Sonsuz çözüm; ör. x=4,y=3 (3·4+2·3=18).
14	x=2 veya x=5.
15	x=1/2 veya x=−2.
16	D=4−20=−16<0; reel kök yok.
17	$y=(x-5)^2-4$; tepe (5,−4); kökler 3,7.
18	90−Q=15+2Q → Q*=25; P*=65.
19	130−5P=10+P → P*=20, Q*=30; Q^s=10+20=30.
20	P=30 → Q^d=60; Q^s=(30−15)/2=7,5; fazla talep 52,5 birim.
21	105−Q=15+2Q → Q*=30; P*=75. Önceki (Q,P)=(25,65).
22	P=20 → Q^d=(60−20)/2=20, Q^s=20−12=8; kıtlık 12. Denge P*=28 olduğundan tavan bağlayıcıdır.
23	$\pi=-q^2+50q-400=-(q-10)(q-40)$; başabaş 10 ve 40, kâr pozitif (10,40).
24	10−P=20+2P → P*=−10/3, Q*=40/3; P≥0 koşulunda uygun iç denge yok.

10. Altı alıştırmanın ayrıntılı çözümü

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 53 | Alıştırma 4: iki fiyat–miktar gözlemi [Orta]

Soru: (2,18) ve (6,10) gözlemlerinden ters talep denklemini oluşturunuz.

1. Yatay eksen Q olduğundan m=(10−18)/(6−2)=−8/4=−2.

2. P=−2Q+b denklemine (Q,P)=(2,18) yaz: 18=−4+b → b=22.

3. P=22−2Q; ikinci noktada Q=6 → P=22−12=10.

Yorum / kontrol: Grafiği çizmek için (0,22) ve (11,0) kesişimleri de kullanılabilir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 54 | Alıştırma 11: iki bilinmeyenli denklem sistemi [Orta]

Soru: $2x+3y=22$ ve $x-y=1$ sistemini çözünüz.

1. $x-y=1 \rightarrow x=y+1$.

2. $2(y+1)+3y=22 \rightarrow 5y+2=22$.

3. $y=4$, $x=5$.

4. Kontrol: $2\cdot5+3\cdot4=22$; $5-4=1$.

Yorum / kontrol: Bir doğru üzerindeki herhangi bir nokta değil, her iki doğruyu sağlayan kesişim aranır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 55 | Alıştırma 17: parabolü kareye tamamlama [Orta]

Soru: $y=x^2-10x+21$ fonksiyonunun köklerini ve tepe noktasını bulunuz.

1. $x^2-10x+25=(x-5)^2$ olduğundan $y=(x-5)^2-4$.

2. Tepe noktası $(5,-4)$, simetri ekseni $x=5$.

3. Kökler: $x^2-10x+21=(x-3)(x-7)=0 \rightarrow x=3$ ve 7.

Yorum / kontrol: Tepe x koordinatı köklerin ortalamasıdır: $(3+7)/2=5$.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 56 | Alıştırma 20: sabit fiyatta kıtlık hesabı [Orta]

Soru: $P^d=90-Q$ ve $P^s=15+2Q$ piyasasında $P=30$ iken denge dışı miktar farkını bulunuz.

1. Ters talep: $Q^d=90-P$, $P=30 \rightarrow Q^d=60$.

2. Ters arz: $Q^s=(P-15)/2$, $P=30 \rightarrow Q^s=7{,}5$.

3. Fazla talep $= 60-7{,}5=52{,}5$.

4. Önceki denge fiyatı 65 idi; 30 daha düşük olduğundan fazla talep beklenir.

Yorum / kontrol: Talep edilen, arz edilen ve fiilen işlem gören miktar kavramları farklıdır.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 57 | Alıştırma 22: bağlayıcı fiyat tavanı [İleri]

Soru: $P^d=60-2Q$, $P^s=12+Q$ piyasasında $\bar{P}=20$ tavanına ilişkin kıtlığı bulunuz.

1. Önce serbest denge: $60-2Q=12+Q \rightarrow Q^*=16$ ve $P^*=28$.

2. $20<28$ olduğu için tavan bağlayıcıdır.

3. $P=20$ için $Q^d=(60-20)/2=20$, $Q^s=20-12=8$.

4. Kıtlık $20-8=12$ birim.

Yorum / kontrol: Tavan fiyatı piyasayı eski dengeden uzaklaştırır; Q^d ve Q^s eşit değildir.

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 58 | Alıştırma 24: ekonomik kısıtla çözüm eleme [İleri]

Soru: $Q^d=10-P$ ve $Q^s=20+2P$ piyasasında $P\geq 0$ iken bir denge olup olmadığını tartışınız.

1. $10-P=20+2P \rightarrow -3P=10 \rightarrow P^*=-10/3$.

2. $Q^*=10+10/3=40/3$; arz aynı miktarı verir.

3. $P^*=-10/3<0$ olduğu için standart negatif olmayan fiyat kısıtına uymaz.

4. $P=0$ sınırında $Q^d=10$, $Q^s=20$ olduğundan arz ve talep eşit değildir.

Yorum / kontrol: Matematiksel kesişim ile ekonomik olarak izin verilen dengeyi ayırt etmek gerekir.

11. Üç dakikalık ders çıkış kontrolü

- A. $Q^d=70-2P$ ve $Q^s=10+P$ için denge fiyatı kaçtır?
- B. $P^d=80-Q$ ve $P^s=20+2Q$ için denge miktarı kaçtır?
- C. $y=-3x+12$ doğrusunun eğimi ve y kesişimi nedir?

Kısa yanıtlar: A) $P^*=20$, $Q^*=30$. B) $Q^*=20$, $P^*=60$. C) Eğim -3, y kesişimi 12.

12. Bir sayfalık kavram özeti

Kavram	Hatırlanacak sonuç
Koordinat	Nokta (x,y); iktisadi arz–talepte yaygın düzen (Q,P).
Eğim	$m=\Delta y/\Delta x$; P(Q) için $m=\Delta P/\Delta Q$.
Doğru	$y=mx+b$; $y-y_1=m(x-x_1)$.
Eksen kesişimleri	$x=0 \rightarrow$ y kesişimi; $y=0 \rightarrow$ x kesişimi.
İki bilinmeyenli denklem sistemi	Aynı anda iki eşitliği sağlayan (x,y) aranır.
İkinci derece	$ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$; $D=b^2-4ac$.
Parabol	$a>0$ yukarı; $a<0$ aşağı açılır.
Denge	$Q^d(P^*)=Q^s(P^*)=Q^*$ veya $P^d(Q^*)=P^s(Q^*)=P^*$.
Fazla talep	$Q^d-Q^s>0$ (belirli bir fiyatta).
Fazla arz	$Q^s-Q^d>0$ (belirli bir fiyatta).
Geçerlilik	$P\geq 0$, $Q\geq 0$ ve diğer ekonomik kısıtlar ayrıca incelenir.

13. Kaynaklar ve izlenceyle eşleştirme

Aşağıdaki eserler dersin kapsamı, temel kavramları ve örnek çözüm yaklaşımı bakımından başvuru kaynaklarıdır. Bu nottaki soru kurguları ve sayısal örnekler, öğretim amacıyla özgün olarak oluşturulmuştur; kaynaklardan doğrudan soru kopyalanmamıştır.

- Adams, R. A., & Essex, C. (2018). Calculus: A Complete Course (9. baskı). Pearson Canada. İlgili: P.2 “Cartesian Coordinates in the Plane”, P.3 “Graphs of Quadratic Equations”.
- Hass, J., Heil, C., Bogacki, P., & Weir, M. D. (2024). Thomas’ Calculus: Early Transcendentals (15. baskı, SI). Pearson. İlgili: Ek A.4 “Lines, Circles, and Parabolas”; Bölüm 1 (Fonksiyonlar).
- Mendelson, E. (2022). Schaum’s Outline of Calculus (7. baskı). McGraw Hill. İlgili: Bölüm 1–5 (eşitsizlikler, koordinatlar, doğrular, parabol).
- Anadolu Üniversitesi. (2018). Matematik I (Ş. Koçak & N. K. Erdoğan, Ed.). Açıköğretim Fakültesi Yayını. İlgili: 3. ünite “Polinom Fonksiyonlar”, 6. ünite “Matrisler ve Doğrusal Denklem Sistemleri”, 8. ünite “İktisadi Uygulamalar”.
- Thomas, G. B., Jr., Weir, M. D., Hass, J., & Giordano, F. R. (2009). Thomas’ Calculus 1 (11. baskıdan çeviri; R. Korkmaz, Çev.). Beta. İlgili: 1. bölüm “Önbilgiler”.
- Balcı, M., & Aral, A. (2009). Çözümlü Matematik Analiz Problemleri 1. Balcı Yayınları. İlgili: ön bilgiler ve fonksiyonlara hazırlık.
- Pfaff, T. J. (2023). Applied Calculus with R. Springer. İlgili: fonksiyon grafikleri ve modelleme yaklaşımı; burada R kullanımı zorunlu tutulmaz.

İzlence uyumu: 2. hafta öğrenme hedefleri (koordinatlar, eğim, doğrusallar, ikinci dereceden denklemler, iki bilinmeyenli sistemler, arz–talep dengesi) doğrudan son “Uluslararası Yaklaşım” ders izlencesinin 2. hafta satırından alınmıştır. Matrisler ve daha ileri fonksiyon incelemesi sonraki haftaların konularıdır.