**ALANYA ALAADDİN KEYKUBAT ÜNİVERSİTESİ**

İktisadi, İdari ve Sosyal Bilimler Fakültesi | İktisat Bölümü

# IKT 101 – MATEMATİK I

## 1. HAFTA • MATEMATİKSEL DİL VE TEMEL CEBİR

*Sayı kümeleri | Aralıklar | Üslü ve köklü ifadeler | Mutlak değer | Denklem ve eşitsizlikler*

| Ders / dönem | Hazırlayan | Öğretim yaklaşımı |
|---|---|---|
| IKT 101 – Matematik I<br>2026–2027 Güz | Doç. Dr. Yakup ARI<br>yakup.ari@alanya.edu.tr | Kavram → yöntem → ayrıntılı çözüm → iktisadi yorum |

**Bu notun amacı:** Calculus konularına geçmeden önce gereken cebir bilgisini sağlamlaştırmak ve matematiksel sonuçları fiyat, miktar, maliyet ve bütçe kısıtları çerçevesinde yorumlayabilmek.

### Bu hafta kazanılacak beceriler

- Sayı kümelerini ve reel sayı doğrusundaki aralık gösterimlerini kullanmak.
- Üslü ve köklü ifadelerde tanımlılık koşullarına dikkat ederek işlem yapmak.
- Mutlak değeri uzaklık olarak yorumlamak ve mutlak değerli eşitlik/eşitsizlikleri çözmek.
- Doğrusal, ikinci dereceden, rasyonel ve köklü denklemleri çözmek; bulunan kökleri denetlemek.
- Birinci/ikinci dereceden ve rasyonel eşitsizliklerde çözüm kümesini bulmak.
- İktisadi modellerde negatif fiyat, negatif miktar veya sıfıra bölme gibi geçersiz sonuçları ayıklamak.

### Dersin önerilen 3 saatlik akışı

| Oturum | Konular | Öğrenci etkinliği |
|---|---|---|
| 1. saat | Matematiksel dil, sayı kümeleri, aralıklar, üsler ve kökler | Örnek 1–10; kısa hata analizi |
| 2. saat | Mutlak değer, denklemler ve çözüm denetimi | Örnek 11–24; eşli çözüm |
| 3. saat | Eşitsizlikler, çözüm kümeleri ve iktisadi kısıtlar | Örnek 25–40; mini değerlendirme |

*Not: Örnekler sınıf içi ve ders sonrası çalışma birlikte düşünülerek tasarlanmıştır. 40 örneğin tamamını sınıfta çözmek zorunlu değildir.*

## 1. Matematiksel dil ve iktisatta anlamlı çözümler

İktisat matematiğinde amaç yalnızca bir eşitliğin kökünü bulmak değildir. Matematiksel ifadede yer alan sembollerin ekonomik anlamını doğru belirlemek, uygun koşulları koymak ve sonucun bu koşulları sağlayıp sağlamadığını kontrol etmek de çözümün parçasıdır.

| Kavram | Açıklama ve örnek |
|---|---|
| Değişken | Değeri değişebilen büyüklük. Q = talep edilen miktar, P = birim fiyat, q = üretim miktarı. |
| Parametre | Modelde sabit kabul edilen katsayı. P = 120 − 3Q ilişkisinde 120 ve 3 parametredir. |
| Eşitlik | İki ifadenin aynı değerde olduğunu söyler: 2q + 10 = 50. |
| Eşitsizlik | İzin verilen aralığı belirtir: q ≥ 0, P ≥ 0, C(q) ≤ 500. |
| Tanım kümesi / geçerli küme | Bir ifadenin matematiksel olarak tanımlı olduğu ve iktisadi olarak anlamlı kabul edildiği değerler. |
| Birim | P: TL/birim, Q: birim → P·Q: TL; Q bin birimle ölçülürse sonuç bin TL olur. |

**En önemli ayrım:** Bir işlemin cebirsel olarak doğru olması, bulunan değerin iktisadi model için kabul edilebilir olduğu anlamına gelmez. Örneğin Q = −5, serbest bir reel değişken için mümkündür; fiziksel satış miktarı için genellikle geçersizdir.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 01 | Değişken ve parametreleri ayırt etme [Temel]

**Soru:** Bir piyasada P = 120 − 3Q olsun. Değişkenleri, parametreleri ve P ≥ 0, Q ≥ 0 koşulları altında miktar aralığını belirleyiniz.

**1.** P (fiyat) ve Q (miktar) değişkendir; 120 ve 3 bu modelin sabit parametreleridir.

**2.** Q ≥ 0 ekonomik koşuldur. P ≥ 0 koşulu 120 − 3Q ≥ 0 eşitsizliğini verir.

**3.** 3Q ≤ 120 ve buradan Q ≤ 40 elde edilir.

**Sonuç / yorum:** Geçerli miktar aralığı 0 ≤ Q ≤ 40'tır. Q > 40 seçimi negatif fiyat üretir; modelin belirtilen ekonomik kısıtlarına aykırıdır.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 02 | Birimlerin tutarlılığı [Temel]

**Soru:** P = 25 TL/birim ve q = 6 bin birim ise toplam gelir kaç TL ve kaç bin TL'dir?

**1.** Gelir = birim fiyat × miktar olduğundan R = P·q kullanılır.

**2.** 25 TL/birim × 6.000 birim = 150.000 TL hesaplanır.

**3.** Bin TL birimine geçildiğinde 150.000/1.000 = 150 bin TL olur.

**Sonuç / yorum:** R = 150.000 TL = 150 bin TL. Sayısal değerin hangi birimle yazıldığı mutlaka belirtilmelidir.

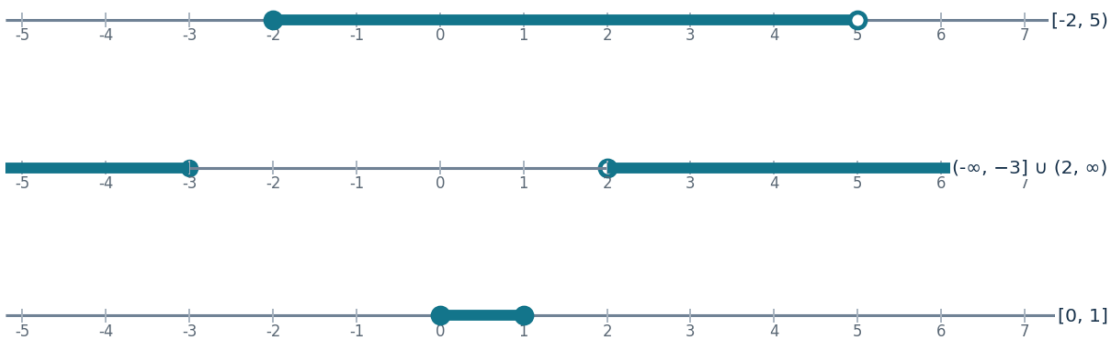
## 2. Sayı kümeleri ve aralık gösterimleri

Temel sayı kümeleri doğal sayılar (ℕ), tam sayılar (ℤ), rasyonel sayılar (ℚ), irrasyonel sayılar ve reel sayılar (ℝ) olarak ele alınır. Rasyonel sayı, a/b biçiminde yazılabilen (a, b tam sayı; b ≠ 0) sayıdır. İrrasyonel sayılar bu biçimde ifade edilemez. √2 ve π irrasyoneldir.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Reel sayı doğrusunda aralıklar kullanılır. Köşeli parantez [ ] sınırın dahil olduğunu; yuvarlak parantez ( ) dahil olmadığını belirtir. ±∞ hiçbir zaman dahil edilemez. İktisatta miktar sürekli değişken olarak modellendiğinde reel aralıklar, belirli sayıda ürün gibi ayrık değişkenlerde ise tam sayılar kullanılır.

| Eşitsizlik | Aralık | Yorum |
|---|---|---|
| $a \le x \le b$ | [a, b] | Her iki sınır dahil |
| $a < x < b$ | (a, b) | Her iki sınır hariç |
| $a \le x < b$ | [a, b) | Sol dahil, sağ hariç |
| $x > a$ | (a, +∞) | Alt sınır hariç |
| $x \le b$ | (−∞, b] | Üst sınır dahil |




*Şekil 1. Kapalı ve açık uçların sayı doğrusunda gösterimi (özgün çizim).*

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 03 | Bir sayının hangi kümelere ait olduğu** [Temel]

**Soru:** $-3$, 0, 2/3 ve $\sqrt{18}/3$ sayılarını sınıflandırınız.

**1.** $-3$ bir tam sayıdır; dolayısıyla aynı zamanda rasyonel ve reel sayıdır.

**2.** 0 tam sayı, rasyonel ve reel sayıdır. $\mathbb{N}$ kümesinin 0'ı içerme konvansiyonu farklı olabileceği için burada tam sayı olduğu vurgulanır.

**3.** 2/3 iki tam sayının oranıdır; rasyoneldir ve reeldir.

**4.** $\sqrt{18}/3 = (3\sqrt{2})/3 = \sqrt{2}$ olduğundan irrasyonel reeldir.

**Sonuç / yorum:** Her sayı reel sayıdır; ancak her reel sayı rasyonel değildir.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 04 | Eşitsizliği aralık biçiminde yazma** [Temel]

**Soru:** $-2 \leq x < 5$ koşulunu aralık olarak ifade ediniz ve uç noktaların durumunu belirtiniz.

**1.** x sayısı $-2$'den küçük değildir: $-2$ dahildir.

**2.** x sayısı 5'e eşit olamaz: 5 hariçtir.

**3.** Dahil edilen uç için köşeli, hariç tutulan uç için yuvarlak parantez yazılır.

**Sonuç / yorum:** Çözüm kümesi $[-2, 5)$ olur.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 05 | İki koşulun kesişimi** [Temel]

**Soru:** $x \geq -1$ ve $x < 4$ koşullarını aynı anda sağlayan x değerlerini bulunuz.

**1.** Birinci koşulun kümesi $[-1, +\infty)$; ikinci koşulun kümesi $(-\infty, 4)$ olur.

**2.** "Ve" ifadesi kesişimdir. Her iki aralıkta ortak bulunan sayılar seçilir.

**3.** Alt sınır $-1$ dahildir, üst sınır 4 hariçtir.

**Sonuç / yorum:** $[-1, 4)$ elde edilir. Bu küme $[-1,+\infty) \cap (-\infty,4)$ biçiminde de yazılır.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 06 | İki koşulun birleşimi** [Temel]

**Soru:** $x \leq -3$ veya $x > 2$ koşulunu aralık biçiminde yazınız.

**1.** $x \leq -3$ koşulu $(-\infty, -3]$ aralığını verir.

**2.** $x > 2$ koşulu $(2, +\infty)$ aralığını verir.

**3.** "Veya" ifadesi birleşimdir; aralıklar ayrı ayrı korunur.

**Sonuç / yorum:** $(-\infty, -3] \cup (2, +\infty)$.

## 3. Üslü ve köklü ifadeler: kurallar ve koşullar

Cebirsel işlemlerin büyük bölümü üs ve kök kurallarına dayanır. Pozitif tam sayı n için $a^n$, a'nın n kez çarpımını ifade eder. Negatif üs "negatif sonuç" anlamına gelmez; tersini almayı ifade eder: $a^{-n} = 1/a^n$ $(a \neq 0)$. Kesirli üsler kök gösterimiyle ilişkilidir.

$$a^m a^n = a^{m+n}, \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

| Kural | Koşul / yorum |
|---|---|
| $(a^m)^n = a^{mn}$ | İşlem tanımlı olmalıdır. |
| $(ab)^n = a^n b^n$ | Gerçek sayılarda ilgili ifadeler tanımlı olmalı. |
| $a^0 = 1$ | $a \neq 0$. |
| $a^{-n} = 1/a^n$ | $a \neq 0$. |
| $\sqrt{(a^2)} = \lvert a \rvert$ | Her reel a için doğrudur; genel olarak a değildir. |
| $\sqrt{a}$ | Reel değer için $a \geq 0$. |
| $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{(ab)}$ | Reel kökler için $a \geq 0$, $b \geq 0$. |

**Yaygın hata:** $\sqrt{(x^2)} = x$ yazmak her zaman doğru değildir. Doğru özdeşlik $\sqrt{(x^2)} = \lvert x \rvert$'tir. Ayrıca $\sqrt{(a+b)}$ genellikle $\sqrt{a} + \sqrt{b}$'ye eşit değildir.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 07 | Negatif üs ve sadeleştirme [Orta]

**Soru:** $(2a^{-2}b^3)/(4ab^{-1})$ ifadesini sadeleştiriniz ($a \neq 0$, $b \neq 0$).

**1.** Sayı katsayıları $2/4 = 1/2$ biçiminde sadeleşir.

**2.** a kuvvetlerinin bölünmesinde üsler çıkarılır: $a^{-2}/a^{1} = a^{-3}$.

**3.** b kuvvetlerinde $b^3/b^{-1} = b^{3-(-1)} = b^4$ olur.

**4.** Negatif üslü $a^{-3}$ ifadesi $1/a^3$ anlamına gelir.

**Sonuç / yorum:** Sonuç $b^4/(2a^3)$ olur. $a = 0$ ve $b = 0$ yasak değerlerdir.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 08 | Köklü ifadeyi doğru sadeleştirme [Orta]

**Soru:** $\sqrt{(16x^6y^4)}$ ifadesini x ve y reel sayı olmak üzere sadeleştiriniz.

**1.** $16x^6y^4 = (4x^3y^2)^2$ eşitliği yazılır.

**2.** Karekök bir ifadenin pozitif kökünü verir: $\sqrt{[(4x^3y^2)^2]} = \lvert 4x^3y^2 \rvert$.

**3.** $\lvert 4 \rvert = 4$ ve $y^2 \geq 0$ olduğundan $\lvert 4x^3y^2 \rvert = 4\lvert x^3 \rvert y^2$ elde edilir.

**Sonuç / yorum:** $4\lvert x \rvert^3 y^2$. Özellikle $x < 0$ iken mutlak değerin kaldırılması yanlıştır.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 09 | Benzer köklü terimleri birleştirme [Temel]

**Soru:** $\sqrt{50} - 2\sqrt{8} + \sqrt{18}$ ifadesinin en sade biçimi nedir?

**1.** $\sqrt{50} = \sqrt{(25\cdot 2)} = 5\sqrt{2}$ ve $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ bulunur.

**2.** $\sqrt{18} = \sqrt{(9\cdot 2)} = 3\sqrt{2}$ olur.

**3.** $5\sqrt{2} - 2\cdot 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (5 - 4 + 3)\sqrt{2}$ hesaplanır.

**Sonuç / yorum:** $4\sqrt{2}$.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 10 | Rasyonel ifadeyi sadeleştirirken kısıt koruma** [Orta]

**Soru:** $(x^2 - 9)/(x^2 - 3x)$ ifadesini sadeleştiriniz; hangi değerler yasaktır?

**1.** Pay çarpanlarına ayrılır: $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$.

**2.** Payda çarpanlarına ayrılır: $x^2 - 3x = x(x - 3)$.

**3.** $x \neq 3$ koşuluyla $(x - 3)$ sadeleşir; sonuç $(x + 3)/x$ olur.

**4.** Ancak başlangıçtaki paydaya göre $x \neq 0$ ve $x \neq 3$ koşulları korunur.

**Sonuç / yorum:** Sade biçim $(x + 3)/x$; tanım kümesi $\mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$. $x = 3$, sadeleşse bile başlangıç ifadesinde tanımsızdır.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 11 | Kesirli üs ve kökün reel değer koşulu** [Temel]

**Soru:** $(x - 1)^{1/2}$ ifadesinin reel sayılarda tanımlı olması için x hangi aralıkta olmalıdır?

**1.** Kesirli üs karekök anlamına gelir: $(x - 1)^{1/2} = \sqrt{(x - 1)}$.

**2.** Reel karekök için kök içi negatif olamaz: $x - 1 \geq 0$.

**3.** Eşitsizlikten $x \geq 1$ bulunur.

**Sonuç / yorum:** Tanım kümesi $[1, +\infty)$ olur.

## 4. Mutlak değer: uzaklık ve tolerans

Mutlak değer $|x|$, x'in sıfıra olan uzaklığıdır; negatif olamaz. $|x - a|$ ise x ile a arasındaki uzaklığı verir. Bu nedenle iktisatta hedef fiyat, bütçe sapması, tolerans aralığı veya stok hedefinden uzaklaşma gibi durumların gösteriminde kullanılır.

$$|x - a| \leq r \iff a - r \leq x \leq a + r \quad (r \geq 0)$$

| Biçim | Yorum | Çözüm biçimi |
|---|---|---|
| $\|u\| = r$ | Merkezden tam r uzaklık | $u = r$ veya $u = -r$ $(r \geq 0)$ |
| $\|u\| < r$ | Merkeze r'den daha yakın | $-r < u < r$ $(r > 0)$ |
| $\|u\| \leq r$ | En çok r uzaklık | $-r \leq u \leq r$ $(r \geq 0)$ |
| $\|u\| \geq r$ | En az r uzaklık | $u \leq -r$ veya $u \geq r$ $(r > 0)$ |

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 12 | Mutlak değer denklemi** [Temel]

**Soru:** $|2x - 7| = 5$ denklemini çözünüz.

**1.** Mutlak değer içindeki ifade $+5$ ya da $-5$ olabilir.

**2.** $2x - 7 = 5$ durumundan $2x = 12$ ve $x = 6$ bulunur.

**3.** $2x - 7 = -5$ durumundan $2x = 2$ ve $x = 1$ bulunur.

**4.** Her iki kök asıl denklemde denenir: $|12 - 7| = 5$ ve $|2 - 7| = 5$.

**Sonuç / yorum:** Çözüm kümesi $\{1, 6\}$.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 13 | Mutlak değerli küçük eşitsizliği [Temel]

**Soru:** $|3x + 2| < 7$ eşitsizliğini çözünüz.

**1.** $|u| < 7$ koşulu $-7 < u < 7$ biçimindedir.

**2.** $-7 < 3x + 2 < 7$ yazılır ve bütün taraflardan 2 çıkarılır.

**3.** $-9 < 3x < 5$; pozitif 3'e bölündüğünde $-3 < x < 5/3$ olur.

**Sonuç / yorum:** Çözüm kümesi $(-3, 5/3)$.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 14 | Mutlak değerli büyük eşitsizliği [Temel]

**Soru:** $|x - 4| \geq 3$ eşitsizliğini çözünüz.

**1.** Uzaklık en az 3 olacağından $x - 4 \geq 3$ veya $x - 4 \leq -3$ yazılır.

**2.** Birinci durum $x \geq 7$, ikinci durum $x \leq 1$ verir.

**3.** Koşul "veya" ile birleşir; aradaki değerler çözüm değildir.

**Sonuç / yorum:** $(-\infty, 1] \cup [7, +\infty)$.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 15 | Birden çok kısıtın birlikte sağlanması [Temel]

**Soru:** $|x + 1| \leq 2$ ve $x \geq 0$ koşullarını sağlayan reel sayıları bulunuz.

**1.** İlk koşul $-2 \leq x + 1 \leq 2$ demektir.

**2.** Bütün taraflardan 1 çıkarılır: $-3 \leq x \leq 1$.

**3.** İktisadi anlamı olan ek $x \geq 0$ koşuluyla kesişim alınır.

**Sonuç / yorum:** $[0, 1]$.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 16 | Hedef fiyat çevresinde kabul edilebilir aralık [Temel]

**Soru:** Bir ürünün hedef fiyatı 20 TL ve en fazla ±3 TL sapmasına izin veriliyor. Fiyat P için koşulu ve çözüm aralığını yazınız.

**1.** Hedefe uzaklık $|P - 20|$ ile gösterilir.

**2.** İzin verilen en fazla sapma 3 olduğundan $|P - 20| \leq 3$ yazılır.

**3.** $-3 \leq P - 20 \leq 3$ ve her tarafa 20 eklenince $17 \leq P \leq 23$ bulunur.

**Sonuç / yorum:** Kabul edilen fiyat aralığı $[17, 23]$ TL'dir.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 17 | Yüzde toleransı mutlak değerle modelleme [Temel]

**Soru:** Günlük üretim hedefi 100 birim, kabul edilen sapma %10'dur. Gerçek üretim q hangi aralıktadır?

**1.** Hedefin %10'u $0{,}10 \times 100 = 10$ birimdir.

**2.** $|q - 100| \leq 10$ koşulu yazılır.

**3.** $-10 \leq q - 100 \leq 10$ olduğundan $90 \leq q \leq 110$ olur.

**4.** Üretim birim sayısı tam sayı olmalıysa yalnızca bu aralıktaki tam sayılar alınır.

**Sonuç / yorum:** Sürekli modelde $[90, 110]$; adet sayısı modelinde $q \in \{90, 91, \ldots, 110\}$.

## 5. Denklemler: çözüm, koşullar ve kontrol

Bir denklemde amaç, belirtilen değişkenin eşitliği sağlayan değerlerini bulmaktır. Ancak bir denklemin her iki tarafına uygulanan işlem, her zaman eşdeğer bir denklem üretmez. Özellikle payda ile çarpma veya kare alma gibi adımlardan sonra başlangıç denklemi yeniden kontrol edilmelidir.

Doğrusal denklem ax + b = 0 (a ≠0) biçimindedir; çözümü x = −b/a'dır. İkinci dereceden denklem $ax^2 + bx + c = 0$ (a ≠0) biçimindedir. Ayırt edici $\Delta = b^2 - 4ac$ için Δ > 0 iki farklı reel kök, Δ = 0 çift katlı reel kök, Δ < 0 reel kök bulunmadığı anlamına gelir.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 18 | Doğrusal denklemi adım adım çözme** [Temel]

**Soru:** 3(2x − 1) − 4 = 2(x + 5) denklemini çözünüz.

**1.** Parantezler dağıtılır: 6x − 3 − 4 = 2x + 10.

**2.** Benzer terimler birleştirilir: 6x − 7 = 2x + 10.

**3.** 2x sol tarafa, −7 sağ tarafa alınır: 4x = 17.

**4.** 4'e bölünür: x = 17/4. Kontrol için başlangıç denklemine konur.

**Sonuç / yorum:** x = 17/4 = 4,25.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 19 | İkinci dereceden denklem: çarpanlara ayırma** [Orta]

**Soru:** $2x^2 - 7x + 3 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

**1.** Çarpanlara ayırma yapılır: $2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$.

**2.** İki sayının çarpımı sıfırsa en az biri sıfırdır.

**3.** 2x − 1 = 0 → x = 1/2; x − 3 = 0 → x = 3.

**Sonuç / yorum:** Kökler x = 1/2 ve x = 3.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 20 | Sıfır çarpım kuralı ve ekonomik kısıt** [Temel]

**Soru:** $3q^2 - 12q = 0$ denklemini çözünüz. Üretim miktarı q > 0 olmak zorundaysa hangi kök geçerlidir?

**1.** Ortak çarpan alınır: 3q(q − 4) = 0.

**2.** Matematiksel kökler q = 0 veya q = 4 olur.

**3.** Ekonomik koşul q > 0 olduğundan sıfır kökü geçerli değildir.

**Sonuç / yorum:** Modelin uygun çözümü q = 4 birimdir.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 21 | Rasyonel denklemde yasak değer** [Orta]

**Soru:** $(x + 2)/(x - 1) = 3$ denklemini çözünüz.

**1.** Başlangıç koşulu $x - 1 \neq 0$; yani $x \neq 1$'dir.

**2.** Bu koşulla iki taraf $x - 1$ ile çarpılır: $x + 2 = 3(x - 1)$.

**3.** $x + 2 = 3x - 3 \rightarrow 5 = 2x \rightarrow x = 5/2$.

**4.** Bulunan $x = 5/2$ yasak değer değildir; yerine yazıldığında 3 elde edilir.

**Sonuç / yorum:** $x = 5/2 = 2{,}5$.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 22 | Köklü denklemde yalancı kök** [İleri]

**Soru:** $\sqrt{(x + 5)} = x - 1$ denklemini reel sayılarda çözünüz.

**1.** Sol taraf $\geq 0$ olduğundan sağ taraf da $\geq 0$ olmalı: $x \geq 1$. Ayrıca $x + 5 \geq 0$.

**2.** Her iki tarafın karesi alınır: $x + 5 = (x - 1)^2$.

**3.** $x + 5 = x^2 - 2x + 1 \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0$.

**4.** Adaylar $x = 4$ ve $x = -1$'dir. $x = -1$, $x \geq 1$ koşulunu sağlamaz.

**5.** $x = 4$ için $\sqrt{9} = 4 - 1 = 3$; başlangıç eşitliği doğrudur.

**Sonuç / yorum:** Tek reel kök $x = 4$. $x = -1$ kare alma sonucu doğan yalancı köktür.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 23 | Başabaş üretim miktarı** [Temel]

**Soru:** Toplam maliyet $C(q) = 300 + 15q$, toplam gelir $R(q) = 35q$ (TL). Başabaş miktarını hesaplayınız.

**1.** Başabaşta gelir maliyete eşittir: $35q = 300 + 15q$.

**2.** $15q$ çıkarılır: $20q = 300$.

**3.** $q = 15$ bulunur; kontrol: $R(15) = 525$ TL ve $C(15) = 525$ TL.

**Sonuç / yorum:** Başabaş üretim 15 birimdir. Daha düşük q için bu doğrusal modelde zarar, daha yüksek q için kâr vardır.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 24 | Parametreli eşitlikte çözüm yokluğu / sonsuz çözüm** [Orta]

**Soru:** $(a - 2)x = 6$ denklemini a parametresine göre tartışınız.

**1.** $a \neq 2$ ise katsayı sıfır değildir ve $x = 6/(a - 2)$ yazılır.

**2.** $a = 2$ olduğunda denklem $0 \cdot x = 6$ hâline gelir.

**3.** $0 \cdot x$ hiçbir reel x için 6 olamayacağından bu durumda çözüm yoktur.

**Sonuç / yorum:** $a \neq 2$ için bir tek çözüm vardır; $a = 2$ için çözüm yoktur.

## 6. Eşitsizlikler: işaret analizi ve çözüm aralıkları

Eşitsizlikler iktisat için özellikle önemlidir. Bütçe, kapasite, asgari kâr, maksimum harcama ve pozitif fiyat gibi koşullar eşitsizliklerle yazılır. Eşitsizlikler çözüldüğünde tek sayı değil, çoğu zaman bir çözüm aralığı bulunur.

**Kritik kural:** Eşitsizliğin iki tarafı negatif sayı ile çarpılır veya bölünürse yön mutlaka ters çevrilir.

Rasyonel eşitsizliklerde değişken içeren payda ile doğrudan çarpmak, işaret bilinmediği için genellikle hatalıdır.

İkinci dereceden veya rasyonel bir eşitsizlikte güvenilir yöntem: (1) ifadeyi tek tarafta topla; (2) çarpanlara ayır; (3) kritik noktaları ve paydayı sıfır yapan noktaları belirle; (4) aralıkların işaretlerini sına; (5) eşitliğe izin veriliyorsa uygun kökleri dahil et; (6) paydayı sıfır yapan değerleri her durumda çıkar.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 25 | Negatif katsayıya bölme [Temel]

**Soru:** $5 - 3x \leq 2x + 15$ eşitsizliğini çözünüz.

**1.** x içeren terimler sol tarafa alınır: $-3x - 2x \leq 15 - 5$.

**2.** $-5x \leq 10$ olur.

**3.** Her iki taraf $-5$'e bölünürken eşitsizlik yönü çevrilir: $x \geq -2$.

**Sonuç / yorum:** Çözüm kümesi $[-2, +\infty)$.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 26 | Üçlü eşitsizlik [Temel]

**Soru:** $-4 \leq 2x + 6 < 12$ koşulunu çözünüz.

**1.** Üç ifadenin her birinden 6 çıkarılır: $-10 \leq 2x < 6$.

**2.** Her taraf pozitif 2'ye bölünür: $-5 \leq x < 3$.

**3.** Sol sınır dahil, sağ sınır hariçtir.

**Sonuç / yorum:** $[-5, 3)$.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 27 | Parabolün işaretini kullanma [Orta]

**Soru:** $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ eşitsizliğini çözünüz.

**1.** İfade çarpanlara ayrılır: $(x - 2)(x - 3) \leq 0$.

**2.** Kritik değerler 2 ve 3'tür. Bu iki kökün arasında çarpanlar zıt işaretlidir.

**3.** Örnek $x = 2{,}5$ için $(0{,}5)(-0{,}5) < 0$; dış bölgelerde çarpım pozitiftir.

**4.** Eşitlik dahil olduğundan 2 ve 3 çözüm kümesine katılır.

**Sonuç / yorum:** $[2, 3]$.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 28 | Negatif baş katsayılı kâr eşitsizliği [Orta]

**Soru:** $-2x^2 + 12x - 16 > 0$ eşitsizliğini çözünüz.

**1.** $-2$ ortak çarpanı alınır: $-2(x - 2)(x - 4) > 0$.

**2.** İki taraf negatif $-2$'ye bölünürken yön değişir: $(x - 2)(x - 4) < 0$.

**3.** Çarpanların işaretleri $2 < x < 4$ aralığında zıttır.

**4.** Sıkı eşitsizlik $> 0$ olduğundan $x = 2$, $x = 4$ sınırları hariçtir.

**Sonuç / yorum:** Çözüm aralığı $(2, 4)$.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 29 | Rasyonel eşitsizlik: payda sıfır olamaz** [İleri]

**Soru:** $(x - 3)/(x + 2) \geq 0$ eşitsizliğini çözünüz.

**1.** Kritik noktalar: payın sıfırı $x = 3$ ve paydanın sıfırı $x = -2$ (yasak).

**2.** Üç aralık sınanır: $x = -3$ için $(-6)/(-1)>0$; $x = 0$ için $(-3)/2<0$; $x = 4$ için $1/6>0$.

**3.** İstenen $\geq 0$ olduğu için pozitif aralıklar seçilir; pay sıfırı $x = 3$ dahil edilir.

**4.** $x = -2$ paydada sıfır verdiği için kesinlikle hariçtir.

**Sonuç / yorum:** $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 30 | Rasyonel eşitsizlikte taraf değiştirme** [İleri]

**Soru:** $(x + 1)/(x - 4) < 2$ eşitsizliğini çözünüz.

**1.** Tanım koşulu $x \neq 4$'tür. Paydanın işareti bilinmeden iki taraf onunla çarpılmaz.

**2.** Her şey sola alınır: $(x + 1)/(x - 4) - 2 < 0$.

**3.** Payda eşitlenir: $(x + 1 - 2x + 8)/(x - 4) < 0 \rightarrow (9 - x)/(x - 4) < 0$.

**4.** Kritik noktalar $x = 4$ (yasak) ve $x = 9$ (eşitlik sıfırı).

**5.** $x = 0$ için $9/(-4)<0$; $x = 5$ için $4/1>0$; $x = 10$ için $-1/6<0$.

**Sonuç / yorum:** $(-\infty, 4) \cup (9, +\infty)$. $x = 9$ sıkı eşitsizlik nedeniyle dahil değildir.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 31 | Sadeleştirme ve yasak değerleri koruma** [İleri]

**Soru:** $(x^2 - 4)/(x - 2) > 0$ eşitsizliğini çözünüz.

**1.** Pay çarpanlarına ayrılır: $(x - 2)(x + 2)/(x - 2) > 0$.

**2.** Başlangıç koşulu $x \neq 2$'dir.

**3.** Bu koşulla sadeleştirilmiş ifade $x + 2 > 0$ olur ve $x > -2$ bulunur.

**4.** Ancak $x = 2$ başlangıç ifadesinde tanımsız olduğu için kümeden çıkarılır.

**Sonuç / yorum:** $(-2, 2) \cup (2, +\infty)$.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 32 | Köklerin kesişimiyle üretim aralığı** [Orta]

**Soru:** $q^2 - 10q + 21 \leq 0$ ve $q \geq 0$ koşullarının çözümünü bulunuz.

**1.** Çarpanlara ayırma: $(q - 3)(q - 7) \leq 0$.

**2.** Parabol 3 ile 7 arasında negatif veya sıfırdır: $3 \leq q \leq 7$.

**3.** Elde edilen aralığın tüm elemanları $q \geq 0$ koşulunu da sağlar.

**Sonuç / yorum:** Geçerli aralık $[3, 7]$.

## 7. İktisadi modelleme: çözümün ekonomik uygunluğu

Şimdi temel araçları iktisadi senaryolarda kullanacağız. Bir soruda bilinmeyen tanımlanmalı, birimi yazılmalı, matematiksel model kurulmalı, cebirsel çözüm elde edilmeli ve ekonomik geçerlilik ayrıca değerlendirilmelidir. Üretim miktarı bazen sürekli, bazen tam sayı olarak ele alınır; sorunun varsayımı önemlidir.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 33 | Asgari fiyat altında talep miktarı [Temel]

**Soru:** Ters talep ilişkisi $P = 120 - 3Q$ olsun (P: TL, Q: birim). Fiyatın en az 15 TL olması ve $Q \geq 0$ koşulunda talep miktarı aralığı nedir?

**1.** Ekonomik koşul $P \geq 15$, yani $120 - 3Q \geq 15$'tir.

**2.** $-3Q \geq -105$ bulunur. Negatif $-3$'e bölünce $Q \leq 35$ olur.

**3.** Miktar negatif olamayacağından $Q \geq 0$ koşuluyla birleştirilir.

**Sonuç / yorum:** $0 \leq Q \leq 35$ birim. $Q = 35$ için fiyat tam 15 TL'dir.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 34 | Bütçe kısıtı ve uygun sepet [Temel]

**Soru:** Bir tüketici x malından birim başına 12 TL, y malından 8 TL ödemektedir. Bütçesi 96 TL'dir. $x = 4$ alırsa y en çok kaç olabilir?

**1.** Bütçe kısıtı $12x + 8y \leq 96$; $x \geq 0$, $y \geq 0$'dır.

**2.** $x = 4$ yazıldığında $12 \cdot 4 + 8y \leq 96 \rightarrow 48 + 8y \leq 96$ olur.

**3.** $8y \leq 48 \rightarrow y \leq 6$; ayrıca $y \geq 0$.

**4.** İki mal da tam adet olarak alınıyorsa $y = 0,1,\ldots,6$ olabilir.

**Sonuç / yorum:** En fazla 6 birim y malı alınabilir.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 35 | Ortalama maliyette hedef üst sınır [Orta]

**Soru:** $C(q) = 10q + 100$ TL, $q > 0$. Ortalama maliyetin en fazla 30 TL/birim olması için q kaç olmalıdır?

**1.** Ortalama maliyet $AC(q) = C(q)/q = 10 + 100/q$ olur; $q > 0$ koşulu önemlidir.

**2.** $10 + 100/q \leq 30 \rightarrow 100/q \leq 20$.

**3.** $q > 0$ olduğundan eşitsizlik yönü değişmeden q ile çarpılabilir: $100 \leq 20q$.

**4.** Sonuç $q \geq 5$'tir. $q = 5$ için $AC = (50 + 100)/5 = 30$ TL/birim.

**Sonuç / yorum:** $q \geq 5$ birim üretim yapılmalıdır. $q = 0$ için ortalama maliyet tanımsızdır.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 36 | Asgari kârın cebirsel hesabı [Temel]

**Soru:** Toplam gelir $R(q) = 50q$, toplam maliyet $C(q) = 20q + 600$ TL. Firmanın zarar etmemesi için q kaç olmalıdır?

**1.** Kâr $\pi(q) = R(q) - C(q) = 50q - 20q - 600 = 30q - 600$ olur.

**2.** Zarar etmeme koşulu $\pi(q) \geq 0$'dır.

**3.** $30q - 600 \geq 0 \rightarrow 30q \geq 600 \rightarrow q \geq 20$.

**4.** $q = 20$ için kâr sıfır; $q > 20$ için bu modelde kâr pozitiftir.

**Sonuç / yorum:** Üretim alt sınırı 20 birimdir.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 37 | Kârın pozitif kaldığı üretim aralığı [İleri]

**Soru:** $R(q) = 60q$ ve $C(q) = q^2 + 10q + 400$ TL. Hangi üretim düzeylerinde kâr sıfırdan büyük veya sıfırdır?

**1.** Kâr $\pi(q) = 60q - (q^2 + 10q + 400) = -q^2 + 50q - 400$ bulunur.

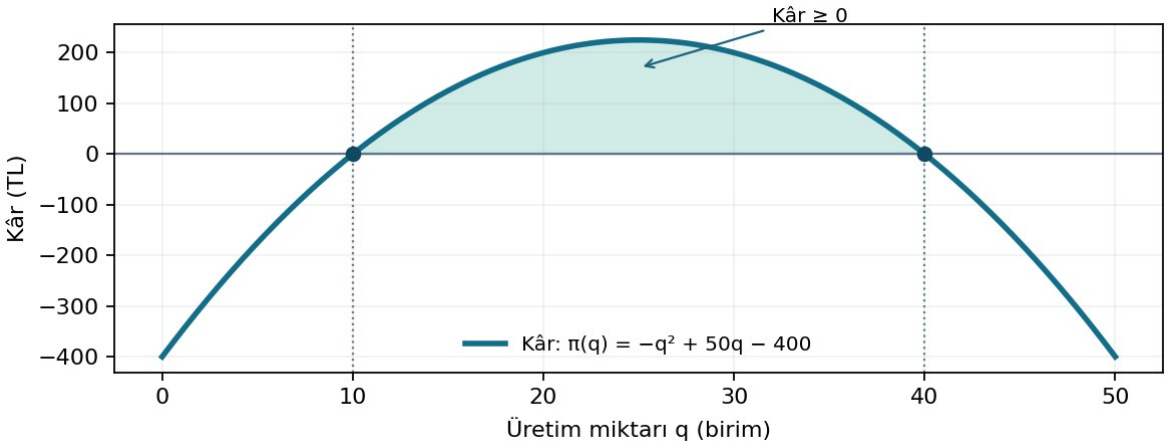
**2.** $\pi(q) \geq 0$ eşitsizliği $-q^2 + 50q - 400 \geq 0$ demektir.

**3.** Negatifle çarpılırken yön tersine döner: $q^2 - 50q + 400 \leq 0$.

**4.** Çarpanlara ayrılır: $(q - 10)(q - 40) \leq 0$; kökler 10 ve 40'tır.

**5.** Çarpım kökler arasında $\leq 0$'dır; ayrıca $q \geq 0$ koşulu da sağlanır.

**Sonuç / yorum:** Kârın negatif olmadığı üretim aralığı [10, 40] birimdir.




*Şekil 2. Beşinci iktisadi örnekte kârın sıfır veya pozitif olduğu üretim aralığı (özgün çizim).*

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 38 | Kapasite ile talep aralığının kesişimi [Temel]

**Soru:** $P = 100 - 2Q$, $P \geq 20$, $Q \geq 0$ ve üretim kapasitesi $Q \leq 30$ olsun. Geçerli miktar kümesini bulunuz.

**1.** Fiyat alt sınırı: $100 - 2Q \geq 20 \rightarrow -2Q \geq -80 \rightarrow Q \leq 40$.

**2.** Fiziksel miktar koşulu $Q \geq 0$'dır.

**3.** Kapasite $Q \leq 30$ olduğundan her iki üst sınırın daha sıkı olanı seçilir.

**Sonuç / yorum:** $Q \in [0, 30]$. Yalnızca talebe bakarak [0,40] yazmak kapasite kısıtını kaçırır.

### ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 39 | Günlük bütçeden hareketle üretim [Temel]

**Soru:** Bir firmanın sabit günlük gideri 240 TL, her üretilen birimin değişken gideri 18 TL'dir. Günlük toplam maliyet 600 TL'yi aşmayacaksa en çok kaç tam birim üretilebilir?

**1.** Toplam maliyet $C(q) = 240 + 18q$ olarak yazılır.

**2.** Kısıt $240 + 18q \leq 600 \rightarrow 18q \leq 360$ olur.

**3.** $q \leq 20$ ve $q \geq 0$ elde edilir.

**4.** $q$ adet cinsinden tam sayı olduğundan $q \in \{0, 1, \ldots, 20\}$ kabul edilir.

**Sonuç / yorum:** Maksimum 20 birim üretilebilir.

**ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK 40 | İki sınırlamanın aynı anda kullanılması** [Temel]

**Soru:** Bir projede $2x + 5 \leq 25$ ve $3x - 1 > 8$ koşulları bulunsun. x kaç aralığında olabilir?

**1.** İlk koşul: $2x \leq 20 \rightarrow x \leq 10$.

**2.** İkinci koşul: $3x > 9 \rightarrow x > 3$.

**3.** Her iki kısıt eşzamanlı olduğundan ortak aralık alınır.

**Sonuç / yorum:** $3 < x \leq 10$ veya $(3, 10]$.

## 8. Sık yapılan hatalar ve çözüm kontrol listesi

| Hatalı yaklaşım | Doğru yaklaşım |
|---|---|
| $\sqrt{(x^2)} = x$ | $\sqrt{(x^2)} = \lvert x \rvert$. Negatif x için fark kritiktir. |
| $-2x < 6$ ise $x < -3$ | Negatife bölünce yön değişir: $x > -3$. |
| $(x^2 - 4)/(x - 2) = x + 2$ tüm reel x için | Sadeleşmiş ifade $x + 2$ olsa da başlangıçta $x \neq 2$. |
| $\lvert x - 2 \rvert < 3 \rightarrow x - 2 < 3$ | İki taraflı koşul gerekir: $-3 < x - 2 < 3$. |
| Köklü denklemin karesi alındıysa her kök geçerli | Bulunan her aday başlangıç denkleminde yeniden sınanır. |
| $Q = -4$ iktisadi sonuç olarak kabul edilir | Üretim/miktar değişkeni için $Q \geq 0$ gibi kısıtlar uygulanır. |
| Paydayı değişkenli işarette düşünmeden çarpma | Paydanın işaretini analiz et veya tüm ifadeyi tek kesirde topla. |

**Altı adımlı çözüm denetimi:** 1) Değişken ve birim yazıldı mı? 2) Yasak değerler belirlendi mi? 3) İşlem adımları eşdeğer mi? 4) Eşitsizlik yönü doğru mu? 5) Kökler başlangıç denkleminde denetlendi mi? 6) Sonuç ekonomik kısıtları sağlıyor mu?

## 9. Kısa özet: bu haftanın temel kuralları

| Başlık | Hatırlanacak ilke |
|---|---|
| Aralık | [a,b] uçları içerir; (a,b) uçları içermez; $\pm\infty$ daima açık yazılır. |
| Kümeler | "Ve" için kesişim ($\cap$), "veya" için birleşim ($\cup$). |
| Üs | $a^{-n} = 1/a^n$ ($a \neq 0$); $a^m/a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$). |
| Kök | $\sqrt{(x^2)} = \lvert x \rvert$; gerçek karekök için kök içi $\geq 0$. |
| Mutlak değer | $\lvert x - a \rvert \leq r \Leftrightarrow a - r \leq x \leq a + r$ ($r \geq 0$). |
| Denklem | Çözümü yerine koy; özellikle kare alma ve payda işlemlerine dikkat et. |

| | |
|---|---|
| Eşitsizlik | Negatif sayı ile çarpma/bölmede eşitsizlik yönü ters döner. |
| Rasyonel ifade | Paydayı sıfır yapan değerler daima yasaktır. |
| İktisadi sonuç | Fiyat, miktar, kapasite, bütçe ve tam sayı koşullarını ayrıca denetle. |

## 10. Öğrenci çalışması: 18 alıştırma

Aşağıdaki alıştırmalar önce çözüm anahtarına bakmadan yapılmalıdır. 1–6 temel, 7–12 orta ve 13–18 uygulama/aşamalı düşünme düzeyindedir. Tüm sorular bu not için özgün hazırlanmıştır.

**1.** $-4 < x \leq 3$ eşitsizliğini aralık biçiminde yazınız.

**2.** $x \geq -2$ ve $x < 5$ koşullarının kesişimini bulunuz.

**3.** $(3x^{-2}\cdot x^{5})/(9x)$ ifadesini $x \neq 0$ için sadeleştiriniz.

**4.** $\sqrt{72} - \sqrt{8}$ ifadesini sadeleştiriniz.

**5.** $|x - 5| = 2$ denklemini çözünüz.

**6.** $|2x + 1| \leq 5$ eşitsizliğini çözünüz.

**7.** $4(2x - 3) = 3x + 8$ denklemini çözünüz.

**8.** $x^{2} - 9x + 20 = 0$ denkleminin köklerini bulunuz.

**9.** $(2x - 1)/(x + 3) = 2$ denklemini çözünüz (varsa).

**10.** $\sqrt{(x + 6)} = x$ denklemini reel sayılarda çözünüz.

**11.** $x^{2} - x - 6 \geq 0$ eşitsizliğini çözünüz.

**12.** $(x - 1)/(x + 4) < 0$ eşitsizliğini çözünüz.

**13.** Talep $P = 90 - 3Q$, $P \geq 0$ ve $Q \geq 0$. Geçerli Q aralığını bulunuz.

**14.** $R(q) = 40q$ ve $C(q) = 250 + 15q$. Başabaş üretimini bulunuz.

**15.** $C(q) = 8q + 120$, $q > 0$. Ortalama maliyetin en fazla 20 TL olması için q alt sınırını bulunuz.

**16.** Bütçe kısıtı $5x + 10y \leq 100$, $x,y \geq 0$. $x = 6$ iken y en fazla kaçtır?

**17.** Bir üretim hedefi 80 birimdir. Hedeften en fazla 12 birim sapmaya izin verilir. $|q - 80|$ ile koşulu kurunuz ve aralığı bulunuz.

**18.** $R(q) = 24q$, $C(q) = q^{2} + 4q + 64$. Firmanın zarar etmediği q aralığını bulunuz.

## 11. Alıştırmaların cevap anahtarı ve çözüm ipuçları

| No | Cevap | Kısa çözüm ipucu |
|---|---|---|
| 1 | $(-4, 3]$. | $-4$ hariç, 3 dahil. |
| 2 | $[-2, 5)$. | İki aralığın ortak bölümü. |
| 3 | $x^2/3$, $x \neq 0$. | $3x^{-2}\cdot x^5/(9x) = (1/3)x^{-2+5-1}$. |
| 4 | $4\sqrt{2}$. | $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$, $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. |
| 5 | $\{3, 7\}$. | $x - 5 = \pm 2$. |
| 6 | $[-3, 2]$. | $-5 \le 2x + 1 \le 5$. |
| 7 | $x = 4$. | $8x - 12 = 3x + 8 \rightarrow 5x = 20$. |
| 8 | $\{4, 5\}$. | $(x - 4)(x - 5) = 0$. |
| 9 | Çözüm yok. | $2x - 1 = 2x + 6 \rightarrow -1 = 6$ çelişkisi; $x \neq -3$. |
| 10 | $x = 3$. | $x \ge 0$; $x + 6 = x^2 \rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0$; $-2$ elenir. |
| 11 | $(-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$. | $(x - 3)(x + 2) \ge 0$. |
| 12 | $(-4, 1)$. | Pay ve paydanın işaretleri zıt; $x = -4$ yasak. |
| 13 | $0 \le Q \le 30$. | $90 - 3Q \ge 0$. |
| 14 | $q = 10$ birim. | $40q = 250 + 15q$. |
| 15 | $q \ge 10$ birim. | $8 + 120/q \le 20 \rightarrow q \ge 10$, $q > 0$. |
| 16 | $y \le 7$; en çok 7. | $5\cdot 6 + 10y \le 100$. |
| 17 | $\lvert q - 80\rvert \le 12$; $q \in [68,92]$. | Kapasite tam birimse tamsayılar seçilir. |
| 18 | $q \in [4,16]$. | Kâr $= -q^2 + 20q - 64 \ge 0 \rightarrow (q - 4)(q - 16) \le 0$. |

### Alıştırmalardan üç ayrıntılı çözüm

#### 9. soru — Rasyonel denklemde çözüm olmaması

**1.** Tanım koşulu: $x + 3 \neq 0$, yani $x \neq -3$.

**2.** $(2x - 1)/(x + 3) = 2 \rightarrow 2x - 1 = 2(x + 3)$.

**3.** $2x - 1 = 2x + 6$ eşitliği $-1 = 6$ çelişkisini verir.

**4.** Dolayısıyla çözüm yoktur; çelişki bir işlem hatası değil, eşitliğin hiçbir $x$ için gerçekleşmemesidir.

#### 10. soru — Kök kontrolü neden zorunludur?

**1.** $\sqrt{(x + 6)} = x$ için sol taraf $\ge 0$ olduğundan $x \ge 0$ gerekir.

**2.** Kare alındığında $x + 6 = x^2$, yani $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2) = 0$.

**3.** Aday kökler 3 ve $-2$'dir; $-2$ sağ tarafı negatif yaptığı için uygun değildir.

**4.** $x = 3$ konulduğunda $\sqrt{9} = 3$ olur. Tek çözüm $x = 3$'tür.

**18. soru — Kâr bölgesinin bulunması**

**1.** $\pi(q) = 24q - (q^2 + 4q + 64) = -q^2 + 20q - 64$.

**2.** Zarar etmeme $\pi(q) \geq 0$ şartı $-q^2 + 20q - 64 \geq 0$'dır.

**3.** $-1$ ile çarpınca yön değişir: $q^2 - 20q + 64 \leq 0$.

**4.** $(q - 4)(q - 16) \leq 0$ için çözüm $[4,16]$'dır; $q \geq 0$ koşulu ayrıca sağlanır.

## 12. Kaynaklar ve ek okumalar

Bu notta kullanılan pedagojik konu kapsamı aşağıdaki kaynakların ön bilgiler, reel sayılar, cebirsel hazırlık ve iktisadi modelleme bölümleriyle uyumludur. Açıklamalar, örnekler, çizimler ve alıştırmalar bu ders notu için özgün hazırlanmıştır; kitaplardan soru ya da çözüm metni kopyalanmamıştır.


1. Adams, R. A., & Essex, C. (2018). Calculus: A Complete Course (9. baskı). Pearson Canada. İlgili bölümler: P.1 (Real Numbers and the Real Line), P.2–P.3 (Coordinates, Straight Lines, Quadratics).
2. Hass, J., Heil, C., Bogacki, P., & Weir, M. D. (2024). Thomas' Calculus: Early Transcendentals (15. baskı, SI units). Pearson. İlgili: Ek A.1 (Real Numbers), Ek A.4 (Lines, Circles and Parabolas).
3. Mendelson, E. (2022). Schaum's Outline of Calculus (7. baskı). McGraw Hill. İlgili: Bölüm 1 (Linear Coordinate Systems, Absolute Value, Inequalities) ve Bölüm 3 (Lines).
4. Koçak, Ş., & Erdoğan, N. K. (Ed.). (2018). Matematik I. Anadolu Üniversitesi. İlgili: Bölüm 1 (Kümeler ve Sayılar), Bölüm 3 (Polinom Fonksiyonlar, Eşitsizlikler).
5. Balcı, M., & Aral, A. (2009). Çözümlü Matematik Analiz Problemleri 1. Balcı Yayınları. İlgili: Kümeler ve Sayılar; Fonksiyonlar ön bilgileri.
6. Pfaff, T. J. (2023). Applied Calculus with R. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-28571-4. İlgili: cebir tekrarı ekleri; grafik ve matematiksel modelleme yaklaşımı.


Sonraki hafta: Kartezyen koordinatlar, doğru ve eğim, doğrusal/ikinci dereceden denklemler ile iki bilinmeyenli denklem sistemleri; arz–talep dengesi uygulamaları.